Robotica Industriale
Esercitazione n. 1
Roto-traslazioni e rappresentazione dell'assetto

Obbiettivo

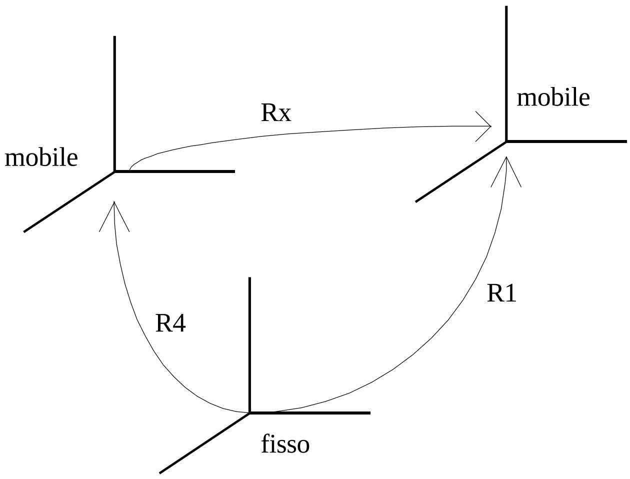
Utilizzare le formule date nel Cap. 2 per trattare le roto-traslazioni e calcolare le varie rappresentazioni dell'assetto di un corpo rigido; calcolare le posizioni, velocità e accelerazioni di punti geometrici nello spazio.

Date le seguenti matrici:

```
R1 =
    0.0000    0.0000    1.0000
    0.0000   -1.0000    0.0000
    1.0000    0.0000    0.0000

R2 =
   -0.3333    0.6667    0.6667
    0.6667   -0.3333    0.6667
    0.6667    0.6667   -0.3333

R3 =
   -0.3333   -0.6667    0.6667
   -0.6667   -0.3333   -0.6667
    0.6667   -0.6667    0.3333

R4 =
    0.0000   -1.0000    0.0000
   -1.0000    0.0000    0.0000
    0.0000    0.0000   -1.0000

R5 =
    0.5000   -0.7071    0.5000
    0.7071    0.0000   -0.7071
    0.5000    0.7071    0.5000

R6 =
    0.3333   -0.9107   -0.2440
    0.2440    0.3333    0.9107
    0.9107    0.2440    0.3333

R7 =
    0.8536    0.5000   -0.1464
   -0.5000    0.7071   -0.5000
   -0.1464    0.5000    0.8536

R8 =
    0.7222    0.5109    0.4662
   -0.0665    0.7222   -0.6885
   -0.6885    0.4662    0.5556

R9 =
    0.5833    0.5202    0.6238
   -0.1869    0.8333    0.5202
   -0.7904    0.1869    0.5833

R10 =
   -0.1381    0.1608    0.9773
    0.9773   -0.1381    0.1608
    0.1608    0.9773   -0.1381

R11 =
    0.0000    0.0000    1.0000
    0.0000    1.0000    0.0000
    1.0000    0.0000    0.0000
```

Rispondere alle seguenti domande:

1. Quali matrici <u>non</u> sono di rotazione?
2. Quali matrici rappresentano rotazioni di 180º intorno ad un asse qualsiasi?
3. Vi sono rappresentate delle "rotazioni elementari"?
4. Calcolare gli angoli di Eulero e i parametri di Eulero relativi a R5.
5. Calcolare gli angoli RPY relativi a R4.
6. Calcolare il quaternione associato a R8.
7. Calcolare il vettore di Rodrigues associato a R1.
8. Dati i sistemi di riferimento schematizzati nel seguente disegno, dire quanto vale Rx



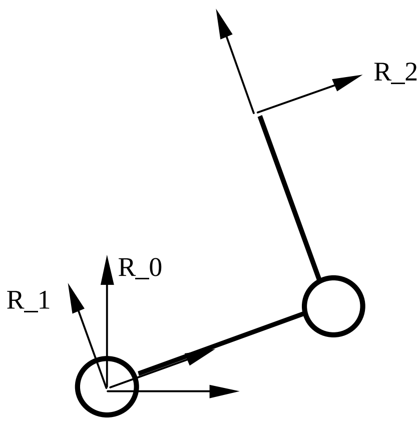
1. Assumendo che la matrice R valga

$$\begin{bmatrix} \cos\_teta(t) & -\sin\_teta(t) & 0 \\ \sin\_teta(t) & \cos\_teta(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   calcolare la velocità angolare ω per un generico valore di teta(t).

2. Date le matrici R1 e la sua derivata R_punto_1=R4, calcolare la relativa ω istantanea.

3. Dato il manipolatore planare illustrato nella figura successiva, assumendo unitarie le lunghezze dei bracci, calcolare l'accelerazione della punta P, se il primo braccio ha velocità angolare ω e accelerazione angolare $\dot{\omega}$ e il secondo resta fisso a 90° rispetto al primo.



SOLUZIONI

ottenute usando le funzioni Matlab sviluppate nel pacchetto “Rototras”

1. Non sono di rotazione le matrici R3, R6, R9, R11

2. R1, R2, R4

3. No

4. Angoli di eulero, parametri di eulero di R5

```
rot2eul(R5)
ans =
   35.2644   60.0000   35.2644
```

```
rot2peu(R5)
ans =
    0.5000
         0
    0.5000
    0.7071
```

5. Angoli RPY di R4

```
rot2rpy(R4)
ans =
  180.0000    0.0000  -90.0000
```

6. Quaternione associato a R8

```
rot2quat(R8)
ans =
    0.8660    0.3333    0.3333   -0.1667
```

7. Vettore di Rodrigues di R1

```
rot2rod(R1)
ans =
    0.7071
         0
    0.7071
```

8. Rx:

```
Rx=R4'*R1
Rx =
    0.0000    1.0000    0.0000
    0.0000    0.0000   -1.0000
   -1.0000    0.0000    0.0000
```

9.

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -sin\theta & 0 \\ sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\dot{\boldsymbol{R}} = \begin{bmatrix} -sin\theta & -\cos\theta & 0 \\ \cos\theta & -sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}\dot{\theta}$$

$$\omega = \frac{1}{2}\left(\boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_1)\dot{\boldsymbol{r}}_1 + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_2)\dot{\boldsymbol{r}}_2 + \boldsymbol{S}(\boldsymbol{r}_3)\dot{\boldsymbol{r}}_3\right) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}\dot{\theta}$$

10.

```
w=rot2omega(R1,R4)
w =
    0.5000
    0.5000
   -0.5000
```

11. Occorre prima collocare i sistemi di riferimento R_1 e R_2 sui due bracci; se questi sono collocati come in figura, allora

$$\boldsymbol{x}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\boldsymbol{x}_0 = \boldsymbol{R}_1^0\left(\boldsymbol{R}_2^1\boldsymbol{x}_2 + \boldsymbol{d}_1\right) + d_0$$

$$\boldsymbol{R}_2^1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}; \boldsymbol{R}_1^0 = \begin{bmatrix} c\theta & s\theta & 0 \\ -s\theta & c\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{d}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}; d_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$