Esercizi su Impianti e Turbine a Vapore

IMPIANTO A VAPORE
(Appello del 01.09.98, esercizio $N°3$)

Testo
Un impianto turbina a vapore ha una potenza utile $P_u = 160\ MW$ e un rendimento utile $\eta_u = 0.43$. La pressione di condensazione è di $0.1\ bar$, mentre il titolo del vapore allo scarico della turbina è $x = 0.96$. L'acqua condensatrice viene prelevata alla temperatura di $20\ °C$ e scaricata a $30\ °C$. Determinare le portate di vapore e di acqua condensatrice.
Calcolare inoltre la portata di vapore spillata alla pressione di $1\ bar$ e alla temperatura di $150\ °C$, necessaria a preriscaldare l'acqua di alimento fino alla temperatura di $90\ °C$, e la superficie dello scambiatore di calore. Si assuma un coefficiente di scambio termico globale pari a $5000\ W/m^2K$.

Svolgimento

Portata di vapore
Dalla definizione di rendimento utile è possibile calcolare la potenza termica fornita al ciclo (vedi figura 18):

$$\eta_u = \frac{P_u}{\dot{Q}_1} \ \rightarrow\ \dot{Q}_1 = \frac{P_u}{\eta_u} = 372.1\ MW \tag{129}$$

Poichè la potenza interna del ciclo è data da:

$$P_i = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 = \frac{P_u}{\eta_m}$$

assumendo un rendimento meccanico $\eta_m = 0.98$,si ricava la potenza termica sottratta al ciclo:

$$\dot{Q}_2 = \dot{Q}_1 - \frac{P_u}{\eta_m} = 208.8\ MW \tag{130}$$

Dalle tabelle del vapor d'acqua, alla pressione di condensazione specificata nel testo ($p_c = 0.1\ bar$) si ricava il calore latente di condensazione, $r = 2392.9\ KJ/Kg$.
Il salto entalpico nel condensatore vale:

$$\Delta h_c = h_4 - h_1 = r \cdot x = 2297.2\ KJ/Kg \tag{131}$$

da cui si ricava la portata di vapore che condensa:

$$\dot{Q}_2 = \dot{m}_{v,c} \cdot \Delta h_c \ \rightarrow\ \dot{m}_{v,c} = \frac{\dot{Q}_2}{\Delta h_c} = 90.9\ Kg/s \tag{132}$$

Portata di acqua condensatrice
La portata d'acqua necessaria a far condensare il vapore si ricava dall'eguaglianza delle potenze termiche nel condensatore:

$$\dot{Q}_2 = (\rho c Q \Delta T)_{H_2O}$$

$$Q_{H_2O} = \frac{\dot{Q}_2}{(\rho c \Delta T)_{H_2O}} = 4.99\ m^3/s \tag{133}$$

dove $\Delta T = 10\ K$ è il salto di temperatura dell'acqua condensatrice e $c = 4.186\ KJ/KgK$ è il calore specifico dell'acqua.

Portata di vapore spillato

La portata di vapore che si deve spillare per consentire il preriscaldamento dell'acqua di alimento si può ricavare dal bilancio termico sul volume di controllo riportato in figura (19):

$$\dot{m}_{v,c}\, h_1 + \dot{m}_{sp}\, h_{spa} = (\dot{m}_{v,c} + \dot{m}_{sp}) h'_1 \;\rightarrow\; \dot{m}_{sp} = \dot{m}_{v,c} \cdot \frac{h'_1 - h_1}{h_{spa} - h'_1}$$

dove:

- $h_{spa} = 2775\ KJ/Kg$ è l'entalpia del vapore alle condizioni di spillamento (dal diagramma di Mollier per $t = 150\ °C$; $p = 1\ bar$);
- $h'_1 = 376.77\ KJ/Kg$ è l'entalpia dell'acqua all'uscita del rigeneratore (dalle tabelle del vapor d'acqua per $t = 90\ °C$);
- $h_1 = 191.83\ KJ/Kg$ è l'entalpia dell'acqua a fine condensazione (dalle tabelle del vapor d'acqua per $p_c = 0.1\ bar$).

La portata di spillamento vale quindi:

$$\dot{m}_{sp} = \dot{m}_{v,c} \cdot \frac{h'_1 - h_1}{h_{spa} - h'_1} = 7.01\ Kg/s \tag{134}$$

Superficie del rigeneratore

La potenza termica fornita dal vapore spillato vale:

$$\dot{Q}_{sp} = KS\overline{\Delta T}$$

dove K è il coefficiente di scambio termico globale (fornito nei dati), S è la superficie dello scambiatore e $\overline{\Delta T}$ è la differenza di temperatura media nel rigeneratore, definita come:

$$\overline{\Delta T} \simeq t_{sp} - \frac{t'_1 + t_1}{2} = 31.7\ °C \tag{135}$$

dove $t_{sp} = 99.6$ è la temperatura di condensazione del vapore spillato e $t_1 = 45.83°$ è la temperatura di fine condensazione del ciclo ricavabili dalle tabelle del vapor d'acqua.
La potenza termica fornita dal vapore spillato si determina come:

$$\dot{Q}_{sp} = \dot{m}_{sp}\,(h_{spa} - h_{spb}) = 16526\ KW \tag{136}$$

dove $h_{spb} = 417.51\ KJ/Kg$ è l'entalpia di fine condensazione del vapore spillato, ricavabile dalle tabelle del vapor d'acqua per $p = 1\ bar$. Pertanto, la superficie dello scambiatore di calore vale:

$$S = \frac{\dot{Q}_{sp}}{K\overline{\Delta T}} = 104.26\ m^2 \tag{137}$$

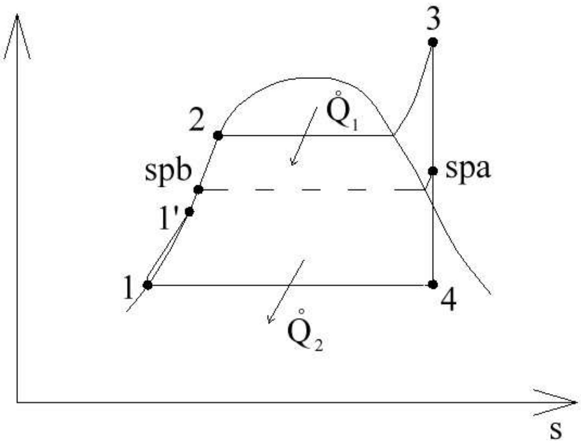

Figura 18: Ciclo di Rankine

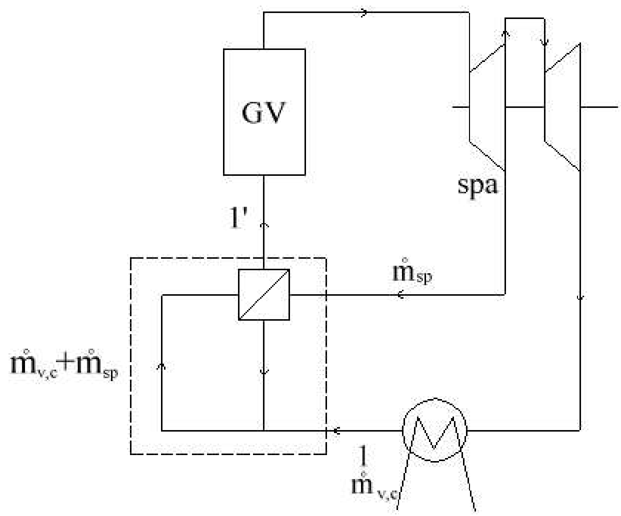

Figura 19: Schema dell'impianto

GENERATORE DI VAPORE(Appello del 09.12.1997, esercizio N° 2)

Testo

Un generatore di vapore produce una portata $\dot{m}_v = 2\ Kg/s$ di vapore a $T_v = 520\ K$ con titolo $x = 0.95$ partendo da acqua alle condizioni ambiente ($p_1 = 1ata$, $T_1 = 293\ K$). Viene alimentato con $\dot{m}_c = 135\ g/s$ di gas naturale di composizione volumetrica (=frazione molare) pari al 93% di metano e 7% di azoto. Il suo potere calorifico inferiore è $H_i = 44\ MJ/Kg$. Il rendimento della combustione è $\eta_c = 99\%$ e l'eccesso d'aria $\varepsilon = 0.05$. Calcolare: composizione e portata dei fumi, potenza assorbita dalla pompa di alimento, rendimento del generatore e perdite per trasmissione termica.

Svolgimento

Composizione e portata dei fumi
La reazione di ossidazione completa del gas naturale considerato è:

$$CH_4 + \frac{7}{93}N_2 + 2(1+\varepsilon)[O_2 + 3.76\ N_2] \Leftrightarrow CO_2 + 2H_2O + \left[\frac{7}{93} + 2(1+\varepsilon)3.76\right] N_2 + 2\varepsilon O_2$$

Il rapporto aria combustibile vale quindi:

$$\alpha = \frac{\dot{m}_a}{\dot{m}_c} = \frac{PM_a}{PM_c}\frac{n_a}{n_c} = \frac{PM_a}{PM_c}\frac{2(1+\varepsilon)4.76}{1} = 17.21 \tag{138}$$

dove PM_a è il peso molecolare dell'aria e PM_c è il peso molecolare del combustibile definiti come:

$$PM_a = 0.21 \cdot PM_{O_2} + 0.79 \cdot PM_{N_2} = 28.8\ g/mol$$

$$PM_c = 0.93 \cdot PM_{CH_4} + 0.07 \cdot PM_{N_2} = 16.84\ g/mol$$

La portata dei fumi è quindi uguale a: $\dot{m}_f = \dot{m}_c(1+\alpha) = 2.46\ Kg/s$

Potenza assorbita dalla pompa di alimento
Dal diagramma di Mollier, per le condizioni del vapore specificate nel testo, si ricava una pressione pari a $p_v = 40\ ata$ (a cui corrisponde anche lo stato entalpico $h_v = 2712\ KJ/Kg$). la prevalenza fornita dalla pompa di alimento vale pertanto:

$$H = \frac{p_v - p_1}{g\rho_{H_2O}} = 397.5\ m \tag{139}$$

Assumendo per la pompa un rendimento effettivo $\eta_e = 0.7$, si ha una potenza assorbita di:

$$P_{ass} = \frac{\dot{m}_v\ g\ H}{\eta_e} = 11.14\ KW \tag{140}$$

Rendimento del generatore
Il rendimento del generatore è:

$$\eta_g = \frac{\dot{m}_v(h_v - h_{H_2O})}{\dot{m}_c H_i} = \frac{\dot{m}_v[h_v - c_{H_2O}(T_1 - 273)]}{\dot{m}_c H_i} = 0.885 \tag{141}$$

Perdite per trasmissione termica
Le potenza globalmente persa dal generatore vale:

$$\Delta\dot{Q} = (1-\eta_g)\dot{m}_c H_i = 683.1\ KW \tag{142}$$

Questa si compone delle perdite per imperfetta combustione, della potenza termica smaltita con i fumi e delle perdite per trasmissione termica:

$$\Delta\dot{Q} = \Delta\dot{Q}_c + \Delta\dot{Q}_f + \Delta\dot{Q}_{tt}$$

La potenza termica persa per imperfetta combustione vale:

$$\Delta\dot{Q}_c = \eta_c \dot{m}_c H_i = 59.4\ KW \tag{143}$$

Assumendo per i fumi una temperatura di uscita di $140°C$ e un potere calorifico a pressione costante $c_{pf} = 1130\ J/Kg$, la potenza termica persa attraverso i fumi vale:

$$\Delta\dot{Q}_f = \dot{m}_f\ c_{pf}\ (T_{uf} - T_{amb}) = 333.5\ KW \tag{144}$$

La potenza termica persa per trasmissione termica vale pertanto:

$$\Delta\dot{Q}_{tt} = \Delta\dot{Q} - \Delta\dot{Q}_c - \Delta\dot{Q}_f = 290.12\ KW \tag{145}$$

GENERATORE DI VAPORE (Appello del 28.01.1999, esercizio $N°\ 2$)

Testo
Un generatore di vapore riceve $\dot{m}_v = \dot{m}_{H_2O} = 1.4\ Kg/s$ di acqua pressurizzata a $p = 3\ MPa$ e $T_{H_2O,in} = 360\ K$ e produce vapore surriscaldato a $T_{v,out} = 700\ K$. La portata dei fumi è $\dot{m}_f = 2\ Kg/s$. La potenza termica del preriscaldatore d'aria è il 7% della potenza entrante. Le perdita per cattiva combustione sono il 10% del totale e quelle per dispersione termica il 30%, ripartite nei vari elementi proporzionalmente alla potenza scambiata. Determinare il rendimento del generatore e calcolare l'efficenza dell'economizzatore. Assumere calore specifico dei fumi $c_{pf} = 1130\ KJ/Kg$.

Svolgimento

Rendimento del generatore
Il rendimento del generatore vale:

$$\eta_g = \frac{\dot{m}_v(h_{v,out} - h_{H_2O,in})}{\dot{m}_c H_i} = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q} + \Delta\dot{Q}} \tag{146}$$

Dal diagramma di Mollier, per le condizioni specificate nel testo, si ricava un'entalpia del vapore di $h_{v,out} = 3300\ KJ/Kg$; quindi la potenza in uscita dal generatore:

$$\dot{Q} = \dot{m}_v(h_{v,out} - h_{H_2O,in}) = \dot{m}_v(h_{v,out} - c_{H_2O}T_{H_2O,in}) = 4111.1\ KW \tag{147}$$

Dai dati sappiamo che la potenza termica dispersa con i fumi è pari al 60% del totale delle perdite. Assumendo per i fumi una temperatura in uscita di $140\ °C$, si ha:

$$\Delta\dot{Q}_f = \dot{m}_f\ c_{pf}\ (T_{f,out} - T_{amb}) = 271.2\ KW\ \rightarrow\ \Delta\dot{Q} = \frac{\Delta\dot{Q}_f}{0.6} = 452\ KW \tag{148}$$

Dall'equazione (146)), si ha un rendimento del generatore di $\eta_g = 0.9$.

Efficenza dell'economizzatore
L'efficenza dell'economizzatore è definita come:

$$\varepsilon_{eco} = \frac{\dot{Q}_{eco}}{(\dot{m}c)_{min}\Delta T_{in}} \tag{149}$$

dove $(\dot{m}c)_{min}$ è definito come:

$$(\dot{m}c)_{min} = min(\dot{m}_f\ c_{pf};\ \ \dot{m}_v\ c_{H_2O}) = \dot{m}_f\ c_{pf} = 2.26\ KW/K \tag{150}$$

e ΔT_{in} è il ΔT inverso definito come:

$$\Delta T_{in} = T_{f,in,eco} - T_{H_2O,in} \tag{151}$$

Per calcolare l'efficenza è quindi necessario prima determinare la potenza termica dell'economizzatore ($\dot{Q}_{eco}$) e le temperatura dei fumi all'ingresso dello stesso ($T_{f,in,eco}$).
La potenza termica dell'economizzatore è:

$$\dot{Q}_{eco} = \dot{m}_v(Q - c_{H_2O}T_{H_2O,in}) = 901.3KW \tag{152}$$

dove $Q = 1008\ KJ/Kg$ è il calore posseduto dall'acqua all'equilibrio alla pressione $p = 3\ MPa$, ricavabile dalle tabelle per il vapor d'acqua.
Dai dati forniti è possibile ricavare la potenza termica del preriscaldatore d'aria:

$$\dot{Q}_{pa} = 0.07\ \dot{m}_c\ H_i = 0.07\ (\dot{Q} + \Delta\dot{Q}) = 319.7\ KW \tag{153}$$

e la potenza termica da esso dissipata:

$$\Delta\dot{Q}_{pa} = \frac{\dot{Q}_{pa}}{\dot{Q}_{pa} + \dot{Q}_{eco} + \dot{Q}_{eva} + \dot{Q}_{sur}}\Delta\dot{Q} = \frac{\dot{Q}_{pa}}{\dot{Q}_{pa} + \dot{Q}}\Delta\dot{Q} = 57.53\ KW \tag{154}$$

(il testo suggerisce che le potenze dissipate per dispersione termica nei vari elementi, preriscaldatore d'aria, economizzatore, evaporatore e surriscaldatore, sono proporzionali alla potenza scambiata).
Analogamente, la potenza dissipata dall'economizzatore:

$$\Delta\dot{Q}_{eco} = \frac{\dot{Q}_{eco}}{\dot{Q}_{pa} + \dot{Q}}\Delta\dot{Q} = 91.94\ KW \tag{155}$$

La temperatura dei fumi in ingresso al preriscaldatore d'aria (che coincide con la temperatura di uscita dall'economizzatore) vale:

$$T_{f,in,pa} = T_{f,out,eco} = T_{f,out} + \frac{\dot{Q}_{pa} + \Delta\dot{Q}_{pa}}{c_{pf}\ \dot{m}_f} = 307\ ^\circ C \tag{156}$$

In modo analogo, la temperatura dei fumi in ingresso all'economizzatore vale:

$$T_{f,in,eco} = T_{f,out,eco} + \frac{\dot{Q}_{eco} + \Delta\dot{Q}_{eco}}{c_{pf}\ \dot{m}_f} = 746\ ^\circ C \tag{157}$$

Il ΔT inverso risulta quindi pari a $\Delta T_{in} = 656\ K$, e l'efficienza dell'economizzatore $\varepsilon_{eco} = 0.607$.

CONDENSATORE DI VAPORE (Appello del 03.07.1996, esercizio N° 1)

Testo
Un condensatore è attraversato da una portata di vapore $\dot{m}_v = 20\ Kg/s$ con titolo $x = 0.9$ e da acqua di raffreddamento avente all'ingresso una temperatura $T_{H_2O,in} = 30\ ^\circ C$. La pressione di condensazione è $p = 0.1\ bar$. Determinare:
- la portata d'acqua di raffreddamento
- la superficie di scambio termico
- il numero dei tubi.

Si assumano per i dati mancanti valori plausibili e, in particolare:

- coefficiente di convezione lato vapore: $\alpha_v = 20\ KW/m^2K$
- coefficiente di convezione lato acqua: $\alpha_{H_2O} = 4\ KW/m^2K$
- coefficiente di conduzione acciaio: $\lambda_a = 58\ W/mK$ (spessore $s_a = 1.5\ mm$)
- coefficiente di conduzione calcare: $\lambda_c = 1.16\ W/mK$ (spessore $s_c = 15\ \mu m$)
- coefficiente di conduzione olio $\lambda_o = 0.15\ W/mK$ (spessore $s_o = 10\ \mu m$)

Svolgimento

Portata acqua di raffreddamento
Il bilancio termico del condensatore fornisce:

$$\dot{m}_v(h_{v,in} - h_{v,out}) = \dot{m}_{H_2O}c_{H_20}(T_{H_2O,out} - T_{H_2O,in}) \tag{158}$$

da cui è possibile ricavare la portata d'acqua. A tal fine si assume che:

$$T_{H_2O,out} = T_{H_2O,in} + 8 = 38\ °C$$

Dal diagramma di Mollier e dalle tabelle del vapor d'acqua risulta:

$$h_{v,in} = 2450\ KJ/Kg \qquad h_{v,out} = 191.83\ KJ/Kg \qquad T_{v,out} = 45.83\ °C$$

Dall'equazione (158) si ha quindi: $\dot{m}_{H_2O} = 1348\ Kg/s$.

Superficie di scambio termico
La potenza termica scambiata è espressa come:

$$\dot{Q} = \dot{m}_v(h_{v,in} - h_{v,out}) = \dot{m}_{H_2O}c_{H_20}(T_{H_2O,out} - T_{H_2O,in}) = k_t\ S\ \Delta T_l \tag{159}$$

dove k_t è il coefficiente globale di scambio termico, S la superficie di scambio e ΔT_l la differenza di temperatura logaritmica. Quest'ultima, nel caso di scambiatore controcorrente, è definita come:

$$\Delta T_l = \frac{[(T_{v,out} - T_{H_2O,in}) - (T_{v,in} - T_{H_2O,out})]}{ln[(T_{v,out} - T_{H_2O,in})/(T_{v,in} - T_{H_2O,out})]} = 10.5\ K \tag{160}$$

Il coefficiente globale di scambio termico, riferito alla superfice esterna, vale:

$$\frac{1}{k_t} = \frac{1}{\alpha_v}\frac{r_o}{r_{t,e}} + \frac{r_o\ ln(r_o/r_{t,e})}{\lambda_o} + \frac{r_{t,e}\ ln(r_{t,e}/r_{t,i})}{\lambda_a} + \frac{r_{t,i}\ ln(r_{t,i}/r_c)}{\lambda_c} + \frac{1}{\alpha_{H_2O}}$$
$$\rightarrow\ k_e = 2.22\ KW/m^2K \tag{161}$$

dove $r_{t,i}$ è il raggio interno dei tubi assunto pari a $9\ mm$, $r_{t,e} = r_{t,i} + s_t = 10.5\ mm$ è il raggio esterno dei tubi, $r_o = r_{t,e} + s_o = 10.51\ mm$ è il raggio esterno del film d'olio e infine $r_c = r_{t,i} - s_c = 8.985\ mm$ è il raggio interno dello strato di calcare. Dall'equazione in (159) la superficie di scambio esterna risulta quindi: $S = 1936\ m^2$.

Numero dei tubi

Assumiamo che la velocità dell'acqua nei tubi sia $c_a = 2\ m/s$. Il numero dei tubi può essere calcolato dall'equazione della portata:

$$n_t = \frac{\dot{m}_{H_2O}}{\rho_{H_2O}} \frac{1}{\pi r_{t,i}^2\ c_a} = 2650 \tag{162}$$

e avranno una lunghezza pari a:

$$S = n_t\ \pi r_{t,e}\ l_t\ \rightarrow\ l_t = 22.14\ m \tag{163}$$

TURBINA DE LAVAL

(Appello del 12.01.99, esercizio $N°2$)

Testo

Una turbina semplice assiale ad azione espande vapore dalle condizioni $p_0 = 50\ bar$, $T_0 = 450\ °C$ fino alla pressione $p_1 = 30\ bar$, ruotando alla velocità $n = 3000\ giri/min$. Sono noti i coefficienti di perdita nel distributore, $\varphi = 0.96$, e nella girante $\psi = 0.92$, nonchè il rendimento interno $\eta_i = 0.78$. Calcolare il lavoro interno L_i e, sapendo che la macchina funziona in condizioni di massimo rendimento, determinare i triangoli di velocità. Se la turbina elabora una portata di vapore $\dot{m}_v = 50\ Kg/s$, calcolare la potenza utile e il grado di parzializzazione necessario per ottenere palette della girante di altezza l_1 non inferiore ai $15\ mm$.

Svolgimento

Lavoro interno

Dal diagramma di Mollier è possibile determinare l'entalpia del vapore nei punti iniziale e finale dell'espansione isentropica:

$$h_0 = 3316\ KJ/Kg \quad h_{1,is} = 3166\ KJ/Kg$$

Il lavoro interno ottenuto è quindi immediatamente calcolabile dalla:

$$L_i = \eta_i \cdot \Delta h_s = \eta_i \cdot (h_0 - h_{1,is}) = 117\ KJ/Kg \tag{164}$$

Triangoli di velocità

In condizioni di massimo rendimento valgono le seguenti relazioni:

$$\frac{u}{c_1} = \frac{\cos\alpha_1}{2} \tag{165}$$

$$\eta_i = \varphi^2 \frac{1+\psi}{2} \cos^2\alpha_1 \tag{166}$$

Dall'equazione (166) si può ricavare α_1:

$$\cos^2\alpha_1 = 2\frac{\eta_i}{\varphi^2(1+\psi)} = 0.8816\ \rightarrow\ \alpha_1 = 20.1° \tag{167}$$

La velocità in uscita dal distributore si può calcolare come:

$$c_1 = \varphi\sqrt{2\Delta h_s} = 525.8\ m/s \tag{168}$$

Dall'equazione (165) è ora possibile calcolare la velocità periferica:

$$u = c_1 \frac{\cos\alpha_1}{2} = 246.8\ m/s \tag{169}$$

e quindi il diametro medio della macchina:

$$D = \frac{60u}{\pi n} = 1.57\ m \tag{170}$$

Poichè si è in condizioni di massimo rendimento $w_{u1} = u$, mentre la componente di velocità assiale all'ingresso della girante vale:

$$c_{a1} = w_{a1} = c_1 \sin\alpha_1 = 180.9\ m/s \tag{171}$$

La velocità relativa in ingresso vale quindi:

$$w_1 = \sqrt{u^2 + w_{a1}^2} = 306\ m/s \tag{172}$$

e il corrispondente angolo di flusso relativo:

$$\beta_1 = \arctan\frac{w_{a1}}{u} = 36.2^\circ \tag{173}$$

Poichè la turbina è ad azione, i palettaggi rotorici sono simmetrici e quindi:

$$\beta_2 = 180^\circ - \beta_1 = 143.8^\circ \tag{174}$$

La velocità relativa in uscita si può calcolare da quella in ingresso noto il coefficiente di perdita della girante:

$$w_2 = \psi w_1 = 281.5\ m/s \tag{175}$$

Le componenti periferiche delle velocità in uscita valgono:

$$w_{u2} = w_2 \cos\beta_2 = -227.1\ m/s \tag{176}$$

$$c_{u2} = u + w_{u2} = 19.6\ m/s \tag{177}$$

La componente assiale vale:

$$w_{a2} = c_{a2} = w_2 \sin\beta_2 = 166.25\ m/s \tag{178}$$

e quindi la velocità assoluta:

$$c_2 = \sqrt{c_{a2}^2 + c_{u2}^2} = 167.6\ m/s \tag{179}$$

I triangoli della velocità, in scala, sono riportati in figura 20.

<u>Potenza utile</u>
Assumendo un rendimento meccanico $\eta_m = 0.98$, la potenza utile vale:

$$P_u = \eta_m \dot{m}_v L_i = 5.73\ MW \tag{180}$$

Grado di parzializzazione

Il grado di parzializzazione ε è definito come:

$$\varepsilon = \frac{A_{par}}{\pi\, D\, l} \tag{181}$$

dove A_{par} è l'area della porzione occlusa del distributore. Segue che l'area di efflusso, attraverso la quale viene alimentata la girante, vale:

$$A_{flusso} = (1-\varepsilon)\pi\, D\, l \tag{182}$$

Sostituendo nell'equazione della portata:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\dot{m}_v}{\xi \pi D l_1 \rho_{v1} c_{a1}} \tag{183}$$

dove ξ è il coefficiente di ingombro palare (assunto pari a 0.97), ρ_{v1} è la densità del vapore all'ingresso della girante, che è possibile calcolare come segue.
Dalla conservazione dell'entalpia totale nel distributore si ha:

$$h_1 = h_0 - \frac{c_1^2}{2} = 3178\ KJ/Kg \tag{184}$$

a cui corrisponde, sul diagramma di Mollier per l'isobara $p = p_1$, una densità $\rho_{v1} = 10.8\ Kg/m^3$. Dall'equazione (183) risulta quindi $\varepsilon = 0.64$, avendo posto come altezza delle palette della girante il valore limite $l_1 = 15\ mm$.

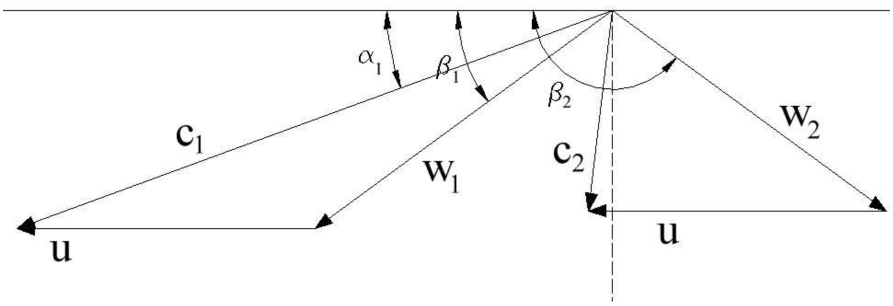

Figura 20: Triangoli di velocità

TURBINA CURTIS

Testo

Si debba dimensionare lo stadio Curtis di una turbina a vapore per una centrale termoelettrica, sapendo che esso riceve $20\ Kg/s$ di vapore alla temperatura $t_0 = 500\ °C$ e deve espanderlo dalla pressione $p_0 = 140\ bar$ alla pressione $p_u = 30\ bar$. La turbina ruota a $n = 3000\ giri/min$.
Assumendo valori plausibili per l'angolo di flusso all'uscita del distributore, si determinino: il numero di salti di velocità; i triangoli di velocità; il lavoro massico e il rendimento interno dello stadio (considerando solo le perdite della palettatura e trascurando le perdite per ventilazione e attrito sul disco); la geometria del distributore e del palettaggio della prima girante.
Allegati: diagrammi dei coefficienti di perdita.

Svolgimento

<u>Numero di salti di velocità</u>

Dal diagramma di Mollier, è possibile determinare l'entalpia del vapore in ingresso:

$$h_0 = 3320\ KJ/kg$$

Discendendo poi lungo l'isentropica fino a $p_u = 30\ bar$ si trova:

$$h_{u,s} = 2912\ KJ/Kg \quad \rightarrow \Delta h_s = h_o - h_{u,s} = 408\ KJ/Kg$$

A questo punto si deve assumere un valore per l'angolo di flusso all'uscita del distributore. I valori tipici sono compresi fra i $15°$ e i $25°$; assumiamo $\alpha_1' = 18°$. Dal diagramma allegato in figura 21, per i valori di α_1' assunto e di p_0/p_u , si ricava il coefficiente di perdita del distributore: $\varphi_d = 0.96$.
Assumendo che la velocità in ingresso al distributore sia trascurabile ($c_0 = 0$), la velocità in uscita vale:

$$c_1' = \varphi_d \sqrt{2\Delta h_s} = 867.2\ m/s \tag{185}$$

e quindi, dalla conservazione dell'entalpia totale nel distributore, si determina il salto entalpico reale:

$$\Delta h_d = \frac{c_1'^2}{2} = \varphi_d^2 \Delta h_s = 376\ KJ/Kg \tag{186}$$

Sul diagramma di Mollier si ricava il punto $1'$ sull isobara $p_1 = p_u$ corrispondente a Δh_d:

$$h_1' = h_0 - \Delta h_d = 2944\ KJ/Kg \ \rightarrow \ t_1' = 282\ °C; \quad v_1' = 0.08\ m^3/Kg$$

La velocità periferica della girante può essere valutata assumendo condizioni di rendimento massimo e trascurando inizialmente le perdite fluidodinamiche ($\varphi = \psi = 1$):

$$\left(\frac{u}{c_1'}\right)_{opt} = \frac{\cos\alpha_1'}{2z} \ \rightarrow \ u_{opt} = \frac{\cos\alpha_1'}{2z} c_1' = \frac{412.4}{z}$$

dove z è il numero dei salti di velocità. Normalmente deve essere $u < 300\ m/s$, per limitare gli sforzi centrifughi sulla girante. In questo caso è quindi ragionevole porre $z = 2$:

$$\left(\frac{u}{c_1'}\right)_{opt} = 0.2378; \qquad u_{opt} = \frac{412.4}{z} = 206.2\ m/s \tag{187}$$

Triangoli di velocità
I triangoli della velocità per lo stadio in esame sono rappresentati in figura 24, mentre di seguito si riporta il calcolo delle velocità e dei corrispondenti angoli di flusso. Per questa prima stima si assume $u = u_{opt}$.

INGRESSO 1^a GIRANTE

$$c'_{u1} = c'_1 \cos\alpha'_1 = 824.8\, m/s \qquad w'_{u1} = c'_{u1} - u = 618.5\, m/s$$
$$c'_{a1} = w'_{a1} = c'_1 \sin\alpha'_1 = 268\, m/s \qquad \beta'_1 = \arctan\left(\frac{w'_{a1}}{w'_{u1}}\right) = 23.43° \qquad w'_1 = \sqrt{w'^2_{u1} + w'^2_{a1}} = 674\, m/s$$

USCITA 1^a GIRANTE

$$\beta'_2 = \pi - \beta'_1 = 156.57° \qquad \psi' = \psi(\pi - \beta'_2) = 0.81 \quad (vedi\ diagramma\ in\ fig.\ 22)$$
$$w'_2 = \psi' w'_1 = 546\, m/s \qquad c'_{u2} = w'_2 \cos\beta'_2 + u = -294.7\, m/s \qquad c'_{a2} = \psi' c'_{a1} = 217.1\, m/s$$
$$\alpha'_2 = \arctan\left(\frac{c'_{a2}}{c'_{u2}}\right) = 143.6° \qquad c'_2 = \sqrt{c'^2_{u2} + c'^2_{a2}} = 366.1\, m/s$$

INGRESSO 2^a GIRANTE (USCITA RADDRIZZATORE)

$$\alpha''_1 = \pi - \alpha'_2 = 36.4° \qquad \varphi_r = \varphi_r(\alpha'_2 - \alpha''_1) = 0.902 \quad (vedi\ diagramma\ in\ fig.\ 23)$$
$$c''_1 = \varphi_r c'_2 = 330.2\, m/s \qquad c''_{u1} = -\varphi_r c'_{u2} = 265.8\, m/s \qquad c''_{a1} = \varphi_r c'_{a2} = 195.8\, m/s$$
$$w''_{u1} = c''_{u1} - u = 59.6\, m/s \qquad w''_{a1} = c''_{a1} = 195.8\, m/s \qquad w''_1 = \sqrt{w''^2_{u1} + w''^2_{a1}} = 204.7\, m/s$$
$$\beta''_1 = \arctan\left(\frac{w''_{a1}}{w''_{u1}}\right) = 73.07°$$

USCITA 2^a GIRANTE

$$\beta''_2 = \pi - \beta''_1 = 106.93° \ \rightarrow\ \psi'' = \psi(\pi - \beta''_2) = 0.95 \ \ (vedi\ diagramma\ in\ fig.\ 22)$$
$$w''_2 = \psi'' w''_1 = 194.5\, m/s \qquad w''_{u2} = w''_2 \cos\beta''_2 = -56.6\, m/s$$
$$c''_{u2} = w''_{u2} + u = 149.6\, m/s \qquad c''_{a2} = \psi'' c''_{a1} = 186\, m/s$$
$$c''_2 = \sqrt{c''^2_{a2} + c''^2_{u2}} = 238.7\, m/s \qquad \alpha''_2 = \arctan\left(\frac{c''_{a2}}{c''_{u2}}\right) = 51.19°$$

A questo punto, noti tutti i coefficienti di perdita, si può calcolare il vero valore di $(u/c_1)_{opt}$. Quest'ultimo si ottiene annullando la derivata parziale rispetto a (u/c_1) del rendimento interno dello stadio, definito come:

$$\eta_i = \frac{L_i}{c'^2_1/2\varphi^2_d} \tag{188}$$

Il lavoro interno dello stadio L_i è ovviamente pari alla somma dei lavori interni delle due giranti: $L_i = L'_i + L''_i$. Per il calcolo dei due contributi si fa uso della formula di Eulero:

$$\begin{aligned} L'_i &= u(c'_{u1} - c'_{u2}) = u[c'_1 \cos\alpha'_1 - (-\psi' w'_1 \cos\beta'_1 + u)] \\ &= u[c'_1 \cos\alpha'_1 + \psi'(c'_1 \cos\alpha'_1 - u) - u] = (1 + \psi')u(c'_1 \cos\alpha'_1 - u) \end{aligned} \tag{189}$$

ed analogamente

$$L_i'' = (1 + \psi'')u(c_1'' \cos \alpha_1'' - u) \tag{190}$$

Il lavoro totale vale quindi:

$$L_i = L_i' + L_i'' = u[Ac_1' \cos \alpha_1' - (A + B)u] \tag{191}$$

dove i parametri A e B, funzioni dei coefficienti di perdita, valgono:

$$A = 1 + \psi' + \psi'\varphi_r(1 + \psi'') = 3.235 \qquad B = (1 + \psi'')(1 + \varphi_r) = 3.709$$

Sostituendo la (191) nella (188), si ottiene:

$$\eta_i = 2\varphi_d^2 \left(\frac{u}{c_1'}\right) \left[A \cos \alpha_1' - (A + B) \left(\frac{u}{c_1'}\right)\right] \tag{192}$$

e derivando rispetto a (u/c_1'), si ottiene:

$$\frac{\delta\eta_i}{\delta(u/c_1')} = 2\varphi_d^2 \left[A \cos \alpha_1' - 2(A + B) \left(\frac{u}{c_1'}\right)\right] = 0 \ \rightarrow$$

$$\rightarrow \left(\frac{u}{c_1'}\right)_{opt,reale} = \frac{A}{A + B} \frac{\cos \alpha_1'}{2} = 0.2215 \tag{193}$$

Il valore di $(u/c_1')_{opt,reale}$ risulta diverso da quello ideale utilizzato per la prima stima delle velocità. Si deve quindi procedere con successive iterazioni fino alla convergenza del valore di $(u/c_1')_{opt,reale}$.

Nel caso considerato, si ottiene a convergenza:

$$A = 3.213 \qquad B = 3.678 \qquad \left(\frac{u}{c_1}\right)_{opt,reale} = 0.2217$$

da cui seguono i valori finali delle velocità e degli angoli di flusso:

INGRESSO 1^a GIRANTE

$$c_1' = 867.2\ m/s \qquad u = 192.1\ m/s \qquad c_{a1}' = 268\ m/s \qquad c_{u1}' = 824.8\ m/s$$

$$w_{u1}' = 632.7\ m/s \qquad w_1' = 687.1\ m/s \qquad \alpha_1' = 18°$$

USCITA 1^a GIRANTE

$$\beta_2' = 157.04° \qquad \psi' = 0.808 \qquad w_{u2}' = -511.2\ m/s \qquad c_{a2}' = 216.5\ m/s$$

$$w_2' = 555.2\ m/s \qquad c_{u2}' = -319.1\ m/s \qquad c_2' = 385.6\ m/s \qquad \alpha_2' = 145.84°$$

INGRESSO 2^a GIRANTE (USCITA RADDRIZZATORE)

$$\alpha_1'' = 34.16° \qquad \varphi_r = 0.897 \qquad c_{u1}'' = 286.2\ m/s \qquad c_{a1}'' = 194.2\ m/s$$

$$c_1'' = 345.9\ m/s \qquad w_{u1}'' = 94.1\ m/s \qquad w_1'' = 215.8\ m/s \qquad \beta_1'' 64.15°$$

USCITA 2^a GIRANTE

$$\beta_2'' = 115.85° \qquad \psi'' = 0.939 \qquad \alpha_2'' = 60.49° \qquad w_{u2}'' = -88.4\ m/s$$

$$c''_{a2} = 182.3\ m/s \qquad w''_2 = 202.6\ m/s \qquad c''_{u2} = 103.7\ m/s \qquad c''_2 = 209.7\ m/s$$

Lavoro massico dello stadio

Il lavoro totale dello stadio vale:

$$L_i = L'_i + L''_i = u[Ac'_1 \cos\alpha'_1 - (A+B)u] = 254.76\ KJ/Kg \tag{194}$$

Assumendo un rendimento meccanico dello stadio, $\eta_m = 0.98$, si può anche stimare la potenza utile:

$$P_u = \eta_m\ \dot{m}_v\ L_i = 5\ MW \tag{195}$$

Rendimento interno

Il rendimento interno η_i è definito dal rapporto fra il lavoro interno di stadio, L_i, e la massima quantità di energia trasferibile dal fluido alla macchina, che è pari all'energia cinetica del flusso all'uscita del distributore in condizioni di espansione isentropica:

$$\eta_i = \frac{L_i}{\left(\frac{c_1^2}{2}\right)_s} = \frac{L_i}{\Delta h_s} = 0.6244 \tag{196}$$

Geometria del distributore e del palettaggio della prima girante

Per prima cosa calcoliamo l'altezza delle pale della prima girante l'_1 che assumiamo coincidere con l'altezza dei canali distributori. Per fare ciò si utilizza l'equazione della portata:

$$\dot{m}_v = \frac{\xi \pi D' l'_1 c'_{a1}}{v'_1}$$

dove ξ è il coefficiente di ingombro palare, assunto pari a 0.95, e D' è il diametro medio della prima girante.

Il diametro medio può essere calcolato come:

$$D' = \frac{60u}{\pi n} = 1.223\ m \tag{197}$$

L'altezza palare vale allora:

$$l'_1 = \frac{\dot{m}_v v'_1}{\xi \pi D' c'_{a1}} = 1.6\ mm \tag{198}$$

valore decisamente non accettabile perchè troppo piccolo. Risulta quindi necessario parzializzare l'alimentazione della turbina. Assumiamo un'altezza ragionevole delle pale ($l'_1 = 12\ mm$) e calcoliamo il grado di parzializzazione:

$$\dot{m}_v = \frac{\xi \pi D' l'_1 c'_{a1}}{v'_1}(1-\varepsilon) \ \rightarrow\ \varepsilon = 1 - \frac{\dot{m}_v v'_1}{\xi \pi D l'_1 c'_{a1}} = 0.8637$$

Segue un arco di ammissione:

$$\theta_{distr} = (1-\varepsilon)360^\circ = 49^\circ \tag{199}$$

Uno schema di massima del distributore è riportato in figura 25. Si tratta di un ugello convergente divergente poichè il rapporto di espansione che esso deve realizzare è inferiore a quello critico:

$$\frac{p_u}{p_0} < \frac{p_{cr}}{p_0} = \left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 0.546$$

con $\gamma = 1.3$ per vapore surriscaldato
Dall'equazione di continuità scritta nelle sezioni di gola e di uscita si ricava:

$$\frac{S_g}{S_1'} = \frac{v_{cr}c_1'}{v_1'c_{cr}} = \frac{v_{cr}\varphi_d\sqrt{2\Delta h_s}}{v_1'\sqrt{2\Delta h_{crs}}} = 0.67 \tag{200}$$

dove $v_{cr} = 0.036\ m^3/Kg$ e $\Delta h_{crs} = 170\ KJ/Kg$ si ricavano dal diagramma di Mollier sull'isobara critica.
Il numero di ugelli distributori si determina secondo la correlazione empirica:

$$i_d = (0.25 \div 0.33)(1-\varepsilon)D' \sin\alpha_1'$$

dove il diametro D' va espresso in millimetri. Nel nostro caso, scegliendo una costante pari a 0.27, la correlazione fornisce $i_d = 13.9$ che arrotondiamo a 14.
Il passo degli ugelli distributori vale:

$$t_d = \frac{\pi D'(1-\varepsilon)}{i_d} = 37.4\,mm \tag{201}$$

La sezione di uscita del distributore è data da:

$$S_1' = \frac{\dot{m}_v v_1'}{i_d c_1'} = 1.318 \cdot 10^{-4}\ m^2 \tag{202}$$

mentre la sezione di gola si ottiene dalla (200):

$$S_g = 0.67\ S_1' = 0.883 \cdot 10^{-4}\ m^2 \tag{203}$$

Assumendo che il distributore sia ad altezza costante e pari a quella delle palette della prima girante, le dimensioni in pianta risultano:

$$s_g = \frac{S_g}{l_1'} = 7.36\,mm \tag{204}$$

$$s_1' = \frac{S_1'}{l_1'} = 10.98\,mm \tag{205}$$

Per calcolare lo spessore di estremità, si utilizza la definizione del coefficiente di ingombro palare:

$$\xi = \frac{s_1'}{s_1' + s_0} \ \rightarrow\ s_0 = s_1'\left(\frac{1}{\xi} - 1\right) = 0.58\,mm \tag{206}$$

La corda assiale vale (formula empirica):

$$b = s_1'\left[\cos\alpha_1' + 10\sin\alpha_1'\left(1 - \frac{s_g}{s_1'}\right)\right] = 21.6\,mm \tag{207}$$

Per la girante, si considerano profili dell'intradosso e dell'estradosso della pala ad arco di cerchio, come mostrato in figura 26.
La corda assiale b vale solitamente $10 \div 20\ mm$. Assumendo $b = 15\ mm$, il raggio di intradosso r_i vale:

$$r_i' = \frac{b}{2\cos\beta} = 8.14\ mm \tag{208}$$

dove β è l'angolo di flusso relativo rispetto alla direzione periferica: $\beta = \beta_1' = \pi - \beta_2'$.
Per il raggio di estradosso si ha $r_e' = (0.5 \div 0.7) r_i'$; assumiamo $r_e' = 0.6\ r_i' = 4.89\ mm$.
Come per il distributore, lo spessore di estremità si calcola dal coefficiente di ingombro palare:

$$s_0' = \left(\frac{1}{\xi} - 1\right)(r_i' - r_e') = 0.17\ mm \tag{209}$$

Infine si calcola il passo palare:

$$t' = \frac{r_i' - r_e' + s_0'}{\sin\beta} = 8.77\ mm \tag{210}$$

a cui corrispondono $i_g' = \pi D'/t' = 438$ pale.

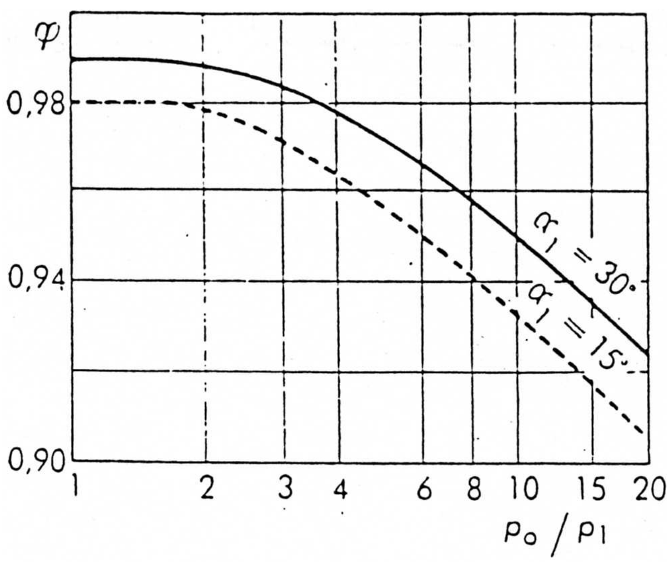

Figura 21: Coefficiente di perdita del distributore

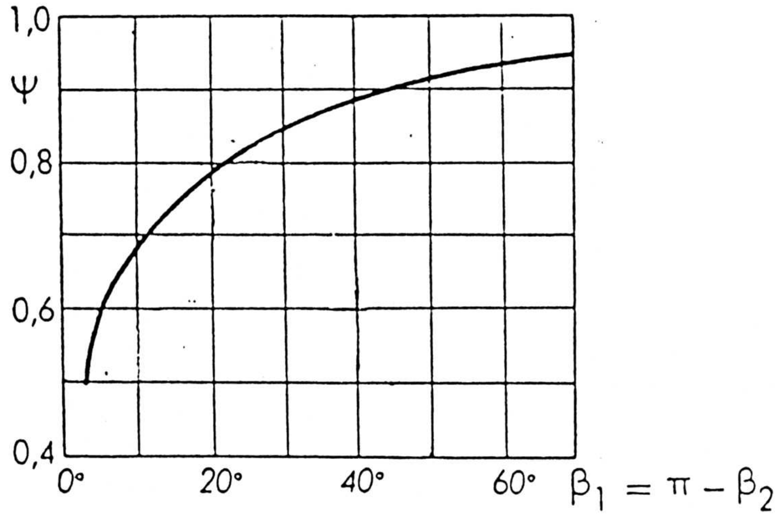

Figura 22: Coefficiente di perdita della girante

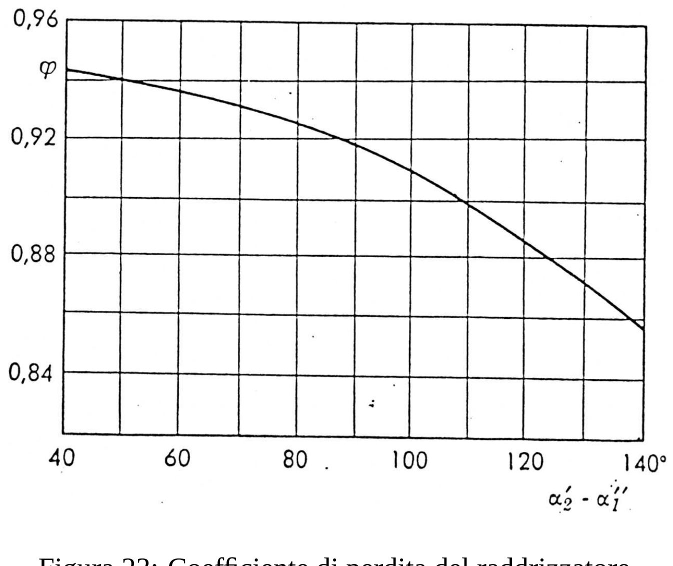

Figura 23: Coefficiente di perdita del raddrizzatore

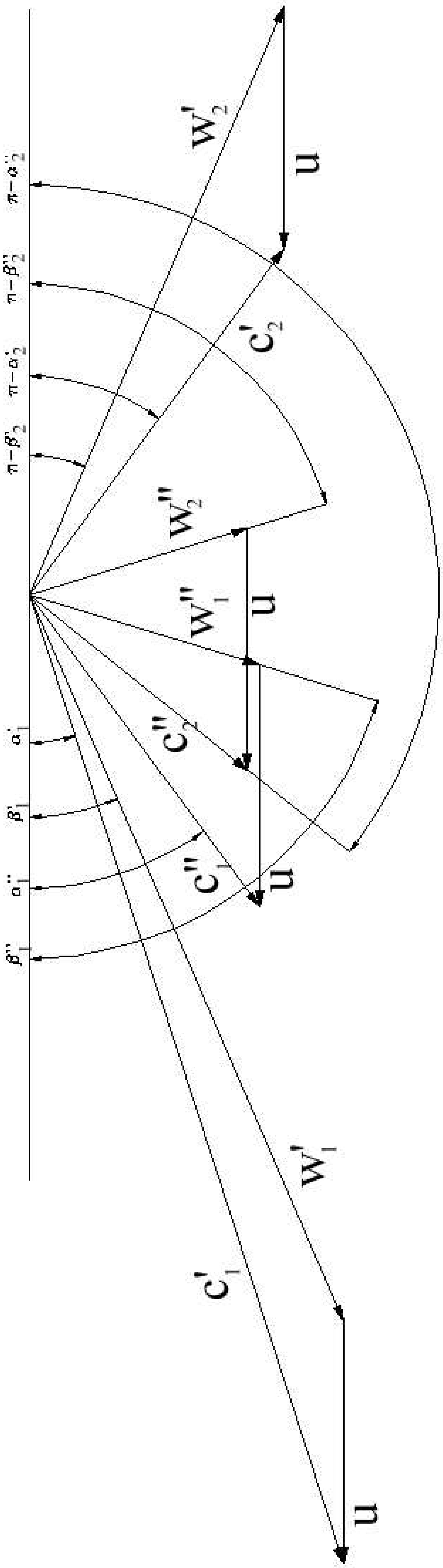

Figura 24: Triangoli di velocità

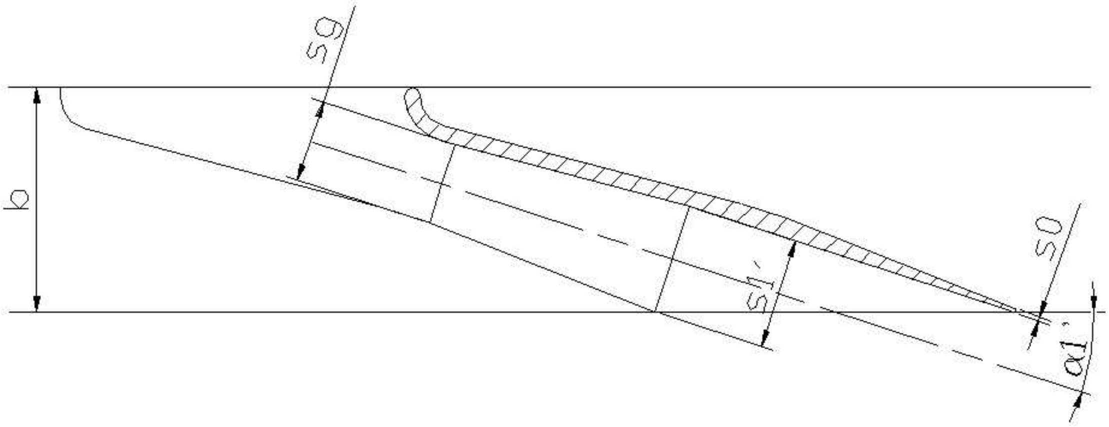

Figura 25: Geometria di un ugello distributore

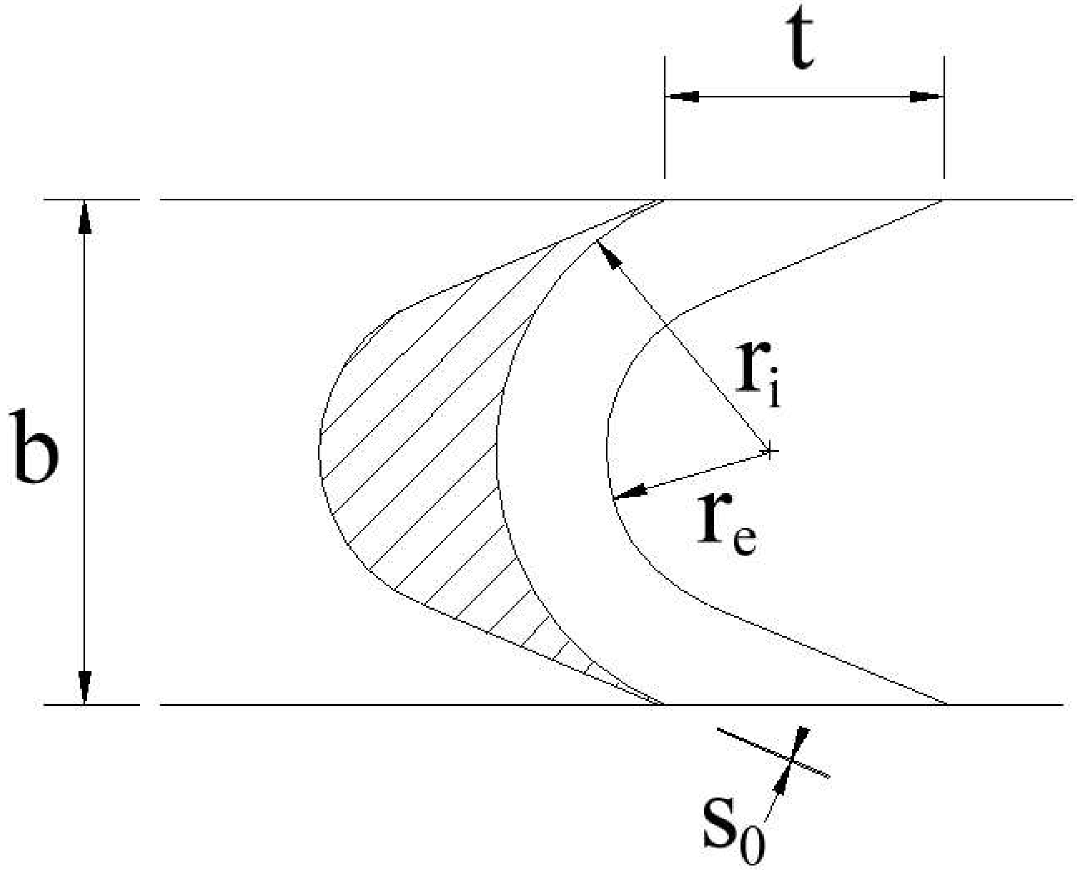

Figura 26: Geometria delle pale della prima girante

TURBINA A VAPORE A REAZIONE
(Appello del 27.10.99, esercizio $N°2$)

Testo
Uno stadio di turbina assiale riceve 80 Kg/s di vapore alle condizioni $p_0 = 1.5\ MPa$, $t_0 = 350\ °C$ e velocità c_0 trascurabile. Il distributore espande il vapore fino ad una pressione $p_1 = 1.0\ MPa$, mentre la pressione all'uscita dello stadio è $p_2 = 0.7\ MPa$. La girante, che ruota alla velocità $n = 3000\ giri/min$, ha un raggio medio, $r_m = 0.8\ m$, e un'altezza delle palette, $H = 0.035\ m$, uguali in ingresso e in uscita. I coefficienti di perdita nel distributore e nella girante valgono, rispettivamente, $\varphi = c_1/c_{1is} = 0.92$ e $\psi = w_2/w_{2is} = 0.88$. Con l'ausilio del diagramma h-s del vapor d'acqua, determinare i triangoli di velocità, la potenza interna, il rendimento interno e il grado di reazione dello stadio.

Svolgimento

Triangoli di velocità
La trasformazione di espansione nello stadio è rappresentata nel piano h-s in figura 27, mentre i triangoli delle velocità sono illustrati in figura 28.
La velocità periferica della girante al raggio medio è:

$$u = \frac{\pi r_m n}{30} = 251.3\ m/s \tag{211}$$

Dal diagramma di Mollier possiamo determinare i valori di entalpia nei punti 0, $1s$ e $2ss$:

$$h_0 = 3150\ KJ/Kg \qquad h_{1s} = 3040\ KJ/Kg \qquad h_{2ss} = 2955\ KJ/Kg$$

Dalla conservazione dell'entalpia totale nel distributore, essendo $c_0 = 0$, si ottiene:

$$c_{1is} = \sqrt{2(h_0 - h_{1s})} = 469\ m/s \tag{212}$$

Noto il coefficiente di perdita del distributore, la velocità in uscita dallo statore vale:

$$c_1 = \varphi c_{1is} = 431.5\ m/s \tag{213}$$

e sempre per la conservazione dell'entalpia totale:

$$h_1 = h_0 - \frac{c_1^2}{2} = 3057\ KJ/Kg \tag{214}$$

Dal diagramma del vapor d'acqua si ricava anche il valore del volume specifico del vapore nel punto 1: $v_1 = 0.265\ m^3/Kg$. La velocità assiale in ingresso alla girante si calcola dall'espressione della portata:

$$c_{a1} = \frac{\dot{m}_v v_1}{\xi 2\pi r_m H} = 127 m/s \tag{215}$$

essendo ξ il coefficiente di ostruzione palare (si è assunto $\xi = 0.95$).
L'angolo del flusso assoluto si calcola come:

$$\alpha_1 = \arcsin \frac{c_{a1}}{c_1} = 17.1° \tag{216}$$

Le rimanenti componenti del triangolo di velocità in ingresso valgono:

$$c_{u1} = c_1 \cos \alpha_1 = 412.4\, m/s \qquad w_{u1} = c_{u1} - u = 161.1\, m/s \qquad w_1 = \sqrt{w_{u1}^2 + c_{a1}^2} = 205.1\, m/s$$

Nel diagramma di Mollier, noto il punto 1, si può individuare anche il punto $2s$ che ha entalpia $h_{2s} = 2967\ KJ/Kg$. Per la conservazione dell'entalpia totale relativa, la velocità relativa isentropica all'uscita della girante vale:

$$w_{2s} = \sqrt{2(h_1 - h_{2s}) + w_1^2} = 471.2\ m/s \tag{217}$$

e noto il coefficiente di perdita della girante:

$$w_2 = \psi w_{2s} = 414.7\ m/s \tag{218}$$

L'entalpia nel punto 2 vale (dalla conservazione dell'entalpia totale relativa):

$$h_2 = h_1 + \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} = 2992\ KJ/Kg \tag{219}$$

a cui corrisponde sul diagramma di Mollier un volume specifico del vapore $v_2 = 0.355\ m^3/Kg$. Dall'espressione della portata, la velocità assiale in uscita vale:

$$c_{a2} = \frac{\dot{m}_v v_2}{\xi 2\pi r_m H} = 170\ m/s \tag{220}$$

Gli altri elementi del triangolo di velocità in uscita valgono:

$$\beta_2 = \arcsin \frac{c_{a2}}{w_2} = 24.2° \qquad w_{u2} = -w_2 \cos \beta_2 = -378.3\ m/s$$

$$c_{u2} = u + w_{u2} = -127\ m/s \qquad c_2 = \sqrt{c_{u2}^2 + c_{a2}^2} = 212.2\ m/s$$

<u>Potenza interna</u>

Il lavoro interno dello stadio vale.

$$L_i = u(c_{u1} - c_{u2}) = 135.5\ KJ/Kg \tag{221}$$

e quindi la potenza interna è:

$$P_i = \dot{m}_v L_i = 10.84\ MW \tag{222}$$

<u>Rendimento interno</u>

Se si assume lo stadio singolo, l'energia cinetica allo scarico deve essere considerata una perdita, per cui Il rendimento interno può vale:

$$\eta_i = \frac{L_i}{L_i s + \frac{c_1^2}{2}} = \frac{L_i}{h_0 - h_{2ss}} = 0.695 \quad (c_0 = 0) \tag{223}$$

Se invece si considera uno stadio intermedio, l'energia cinetica allo scarico non è persa ma è sfruttabile negli stadi succesivi, per cui il rendimento interno è:

$$\eta_i = \frac{L_i}{L_{is}} = \frac{L_i}{h_0 - h_{2ss} - \frac{c_2^2}{2}} = 0.785 \tag{224}$$

Grado di reazione

$$R = \frac{salto\ \ entalpico\ \ girante}{salto\ \ entalpico\ \ stadio} = \frac{h_1 - h_2}{h_0 - h_2} = 0.41 \tag{225}$$

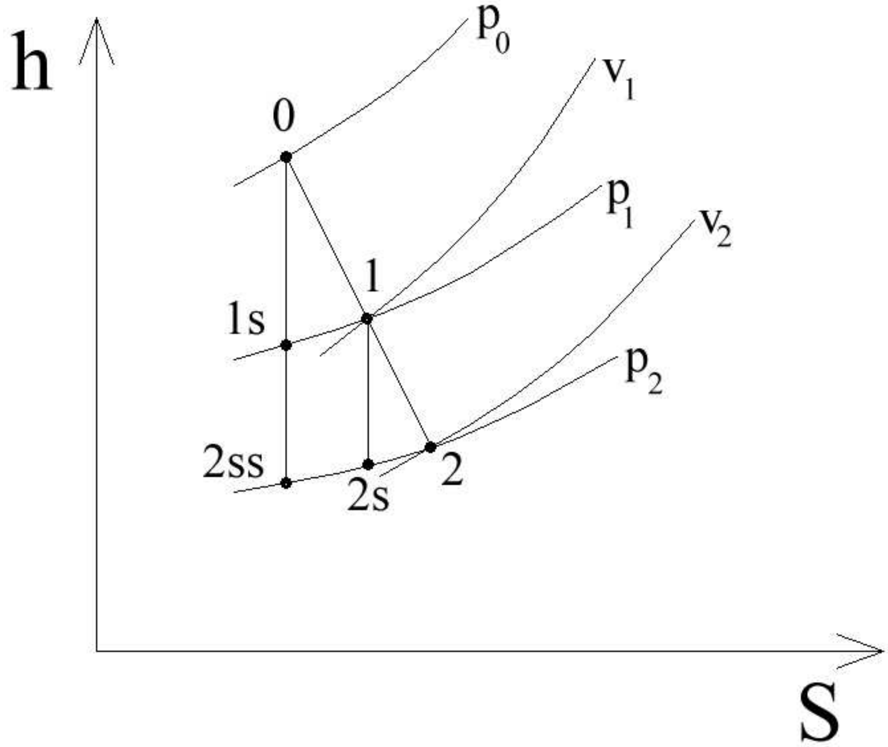

Figura 27: Trasformazione di espansione nello stadio

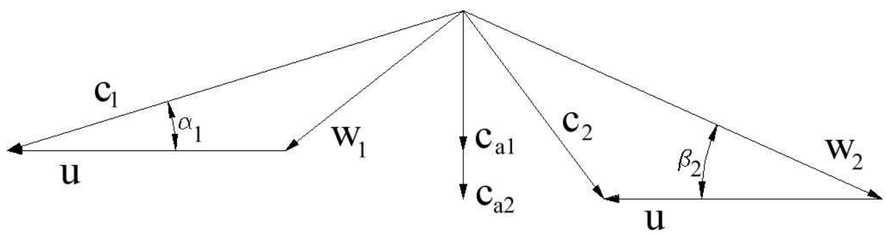

Figura 28: Triangoli di velocità