Esercizi sulle Macchine Operatrici Idrauliche

CAVITAZIONE POMPE (Appello del 06.12.02, esercizio $N°1$)

Testo
Una pompa invia una portata $Q = 16\ dm^3/s$ di acqua ad un serbatoio sopraelevato di $8\ m$. In aspirazione il diametro è $d_a = 100\ mm$ e la pressione è di $p_a = 35\ KPa$; in mandata il diametro è $d_m = 65\ mm$ e la pressione $p_m = 250\ KPa$. La velocità di rotazione è di $n = 24.5\ g/s$. Verificare l'eventuale presenza di cavitazione e calcolare le perdite di carico dell'impianto. Assumere tensione di vapore pari a $p_v = 20\ KPa$. Si consideri inoltre per la pompa $\sigma = 0.242 \cdot k^{4/3}$.

Svolgimento

Verifica cavitazione
Lo schema dell'impianto è riportato in fig. 11.
Per verificare la presenza di cavitazione si devono valutare i rispettivi NPSH della pompa e dell'impianto e verificare che:

$$(NPSH)_{disponibile} = (NPSH)_{impianto} > (NPSH)_{pompa} = (NPSH)_{richiesto}$$

L'NPSH della pompa si calcola come:

$$(NPSH)_{pompa} = \sigma \cdot H_m \tag{50}$$

dove H_m è la prevalenza manometrica:

$$H_m = z_m - z_a + \frac{p_m - p_a}{\rho g} + \frac{c_m^2 - c_a^2}{2g} \tag{51}$$

Le velocità in mandata e aspirazione possono essere calcolate dalla formula per la portata:

$$c_m = \frac{4Q}{\pi d_m^2} = 4.82\ m/s$$

$$c_a = \frac{4Q}{\pi d_a^2} = 2.04\ m/s$$

Pertanto, dall'equazione 51, assumendo $z_m - z_a = 0$, si ottiene $H_m = 22.89\ m$.
Per il calcolo di σ è necessario calcolare il numero caratteristico di macchina:

$$k = \frac{\omega Q^{0.5}}{(gH)^{0.75}} = 0.336 \tag{52}$$

L'NPSH della pompa risulta quindi pari a:

$$(NPSH)_{pompa} = \sigma \cdot H = 0.242 \cdot k^{4/3} \cdot H = 1.3\ m \tag{53}$$

L'NPSH dell'impianto è invece calcolabile come:

$$(NPSH)_{impianto} = \frac{p_a}{\rho g} + \frac{c_a^2}{2g} - \frac{p_v}{\rho g} = 1.74\ m \tag{54}$$

La pompa quindi non cavita.

Perdite di carico dell'impianto

Essendo i serbatoi di mandata e aspirazione aperti all'atmosfera, allora la prevalenza totale H_t è definita da:

$$H_t = H_g + \Delta H_{tubazioni} \leq H_m$$

dove H_g è l'altezza geodetica (differenza di quota fra serbatoio di monte e aspirazione, $H_g = 8\ m$) e $\Delta H_{tubazioni}$ è la perdita di carico nelle tubazioni. Si ottiene quindi:

$$\Delta H_{tubazioni} = H_m - H_g = 14.89\ m \tag{55}$$

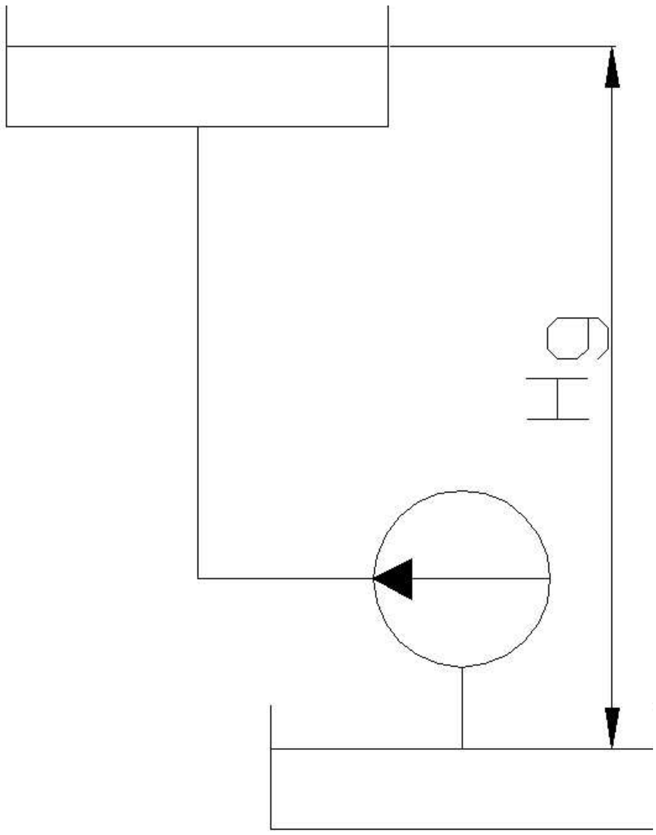

Figura 11: Schema dell'impianto

POMPA VOLUMETRICA (Appello del 16.07.03, esercizio $N°1$)

Testo
Si consideri una pompa a stantuffo bicilindrica con le seguenti caratteristiche funzionali: potenza assorbita $P_{ass} = 2500\ KW$, velocità di rotazione $n = 150\ g/min$, cilindrata totale $V_c = 25\ dm^3$, rapporto corsa diametro $c/D = 1.4$. La pompa aspira acqua da un serbatoio aperto all'atmosfera e la manda ad un serbatoio in pressione posto a una quota più elevata di $50\ m$. Assumendo un valore per il rendimento effettivo di $\eta_e = 0.83$, per il rendimento volumetrico di $\eta_v = 0.95$ e per le perdite di carico nelle tubazioni di $\Delta H_{tub} = 500\ m$, calcolare: diametro e corsa dei cilindri, velocità media dello stantuffo, portata media fornita, prevalenza manometrica e pressione raggiunta nel serbatoio di mandata. Assumendo un grado di irregolarità dell'8% calcolare il valore del volume medio delle casse d'aria.

Svolgimento

<u>Diametro e corsa dei cilindri</u>
La cilindrata unitaria è definita come:

$$V_c^u = \frac{\pi D^2}{4} \cdot c = \frac{\pi D^3}{4} \cdot (\frac{c}{D}) = \frac{V_c}{2} \tag{56}$$

Essendo noto il rapporto c/D, il diametro dello stantuffo è pari a:

$$D = \sqrt[3]{\frac{4 V_c^u}{\pi \cdot (c/D)}} = 0.225\ m \tag{57}$$

e quindi la corsa:

$$c = (c/D) \cdot D = 0.315\ m \tag{58}$$

<u>Velocità media dello stantuffo</u>
La velocità media è calcolabile come:

$$v_m = \frac{c \cdot n}{30} = 1.57\ m/s \tag{59}$$

<u>Portata media fornita</u>
La portata media è definita attraverso la velocità media come segue:

$$Q_m = z \cdot v_m \cdot \frac{\pi D^2}{4} \cdot \eta_v = 0.0595\ m^3/s \tag{60}$$

dove z è il numero dei cilindri.

<u>Prevalenza manometrica</u>
La prevalenza manometrica H_m si può calcolare attraverso l'espressione della potenza assorbita:

$$H_m = \frac{P_{ass} \cdot \eta_e}{\rho g Q} = 3555\ m \tag{61}$$

Pressione serbatoio di mandata
Trascurando le velocità dei peli liberi nei due serbatoi, la prevalenza manometrica H_m è uguale alla prevalenza totale H_t, definita dalla seguente espressione:

$$H_t = H_m = \frac{p_m - p_a}{\rho g} + H_g + \Delta H_{tub} \tag{62}$$

dove H_g è la prevalenza geodetica (dislivello fra il serbatoio di monte e valle, $50\ m$). La pressione relativa nel serbatoio di mandata sarà quindi pari a (la pressione relativa nel serbatoio di aspirazione è nulla $p_a = 0$):

$$p_m = \rho g (H_m - H_g - \Delta_{tub}) = 29.5\ MPa \tag{63}$$

Volume medio cassa d'aria
Il grado di irregolarità nella cassa d'aria è così definito:

$$\delta_{irr} = \frac{\Delta V}{V_{mca}} \tag{64}$$

dove V_{mca} è il volume medio della cassa d'aria e ΔV è la variazione di volume ammessa nella cassa d'aria. Per una pompa bicilindrica a semplice effetto come quella del caso considerato vale:

$$\Delta V = 0.21 \cdot V_c^u = 2.625 \cdot 10^{-3} m^3 \tag{65}$$

Pertanto, il volume medio della cassa d'aria risulta pari a:

$$V_{mca} = \frac{\Delta V}{\delta_{irr}} = 0.0328\ m^3 \tag{66}$$

DIMENSIONAMENTO DI UNA POMPA CENTRIFUGA
(Appello del 12.12.02, esercizio $N°1$)

Testo
Una pompa trasferisce una portata d'acqua pari a $Q = 0.04\ m^3/s$ da un bacino posto a $2\ m$ sotto il livello della pompa ad un altro posto $50\ m$ sopra. I bacini sono aperti all'atmosfera. Il diametro delle tubazioni è di $d = 150\ mm$. Le perdite di carico nelle tubazioni siano pari a 17 volte l'energia cinetica nelle tubazioni. La pompa ruoti a $1500\ g/min$. Determinare: prevalenza manometrica della pompa, numero caratteristico di macchina, dimensioni della sezione meridiana e angolo palare in uscita (scegliendo opportuni valori per il rendimento idraulico e volumetrico della pompa).
Allegato: diagramma statistico parametri di progetto.

Svolgimento

Prevalenza manometrica della pompa

Nota la portata che la pompa smaltisce e il diametro delle tubazioni, è possibile calcolare la velocità del fluido nei condotti:

$$v_t = \frac{4Q}{\pi d^2} = 2.26\, m/s \tag{67}$$

La perdita di pressione nelle tubazioni è quindi pari a:

$$\Delta H_t = 17 \cdot \frac{v_t^2}{2g} = 4.439\, m/s \tag{68}$$

La prevalenza manometrica fornita dalla pompa risulta quindi pari a:

$$H_m = H_g + \Delta H_t = 56.439\, m/s \tag{69}$$

dove H_g è l'altezza geodetica (dislivello totale fra il serbatoio di monte e valle).

Numero caratteristico di macchina

Il numero caratteristico di macchina è definito come:

$$k = \frac{\omega Q^{0.5}}{(gH_m)^{0.75}} = 0.275 \tag{70}$$

Sezione meridiana

Per determinare la geometria della sezione meridiana si deve utilizzare il diagramma statistico allegato. Dal valore di k si ricava $k_{u2} = 1$ e quindi la velocità periferica in uscita:

$$u_2 = k_{u2} \cdot \sqrt{2gH_m} = 33.28\, m/s \tag{71}$$

e quindi il diametro esterno della girante:

$$D_2 = \frac{2u_2}{\omega} = \frac{60u_2}{\pi n} = 0.424\, m \tag{72}$$

Noto D_2, dal diagramma si ricavano tutte le altre dimensioni:

$$\frac{D_1}{D_2} = 0.35 \;\rightarrow\; D_1 = 0.148\, m$$

$$\frac{D_1'}{D_2} = 0.2 \;\rightarrow\; D_1' = 0.085\, m$$

$$\frac{b_2}{D_2} = 0.02 \;\rightarrow\; b_2 = 0.008\, m$$

La sezione meridiana è così completamente determinata.

Angolo palare in uscita

La velocità meridiana è calcolabile dall'espressione della portata, una volata assunti opportuni valori per il rendimento volumetrico e per il coefficiente di ingombro palare. Nell'ipotesi di $\eta_v = 0.98$ e $\xi_2 = 0.99$:

$$c_{2m} = \frac{Q'}{\pi D_2 b_2 \xi_2} = \frac{Q}{\pi D_2 b_2 \xi_2 \eta_v} = 3.9\, m/s \tag{73}$$

Ipotizzando che la velocità in ingresso non abbia componente periferica ($c_{1u} = 0$), e assumendo un opportuno valore per il rendimento idraulico ($\eta_v = 0.85$),la componente periferica della velocità in uscita si determina direttamente dall'espressione euleriana del salto idraulico:

$$c_{2u} = \frac{gH_{id}}{u_2} = \frac{gH_{id}}{u_2 \eta_{id}} = 19.35\, m/s \tag{74}$$

L'angolo della velocità relativa in uscita sarà quindi:

$$\beta_2 = \arctan(\frac{c_{2m}}{u_2 - 2_{2u}}) = 15.5^\circ \tag{75}$$

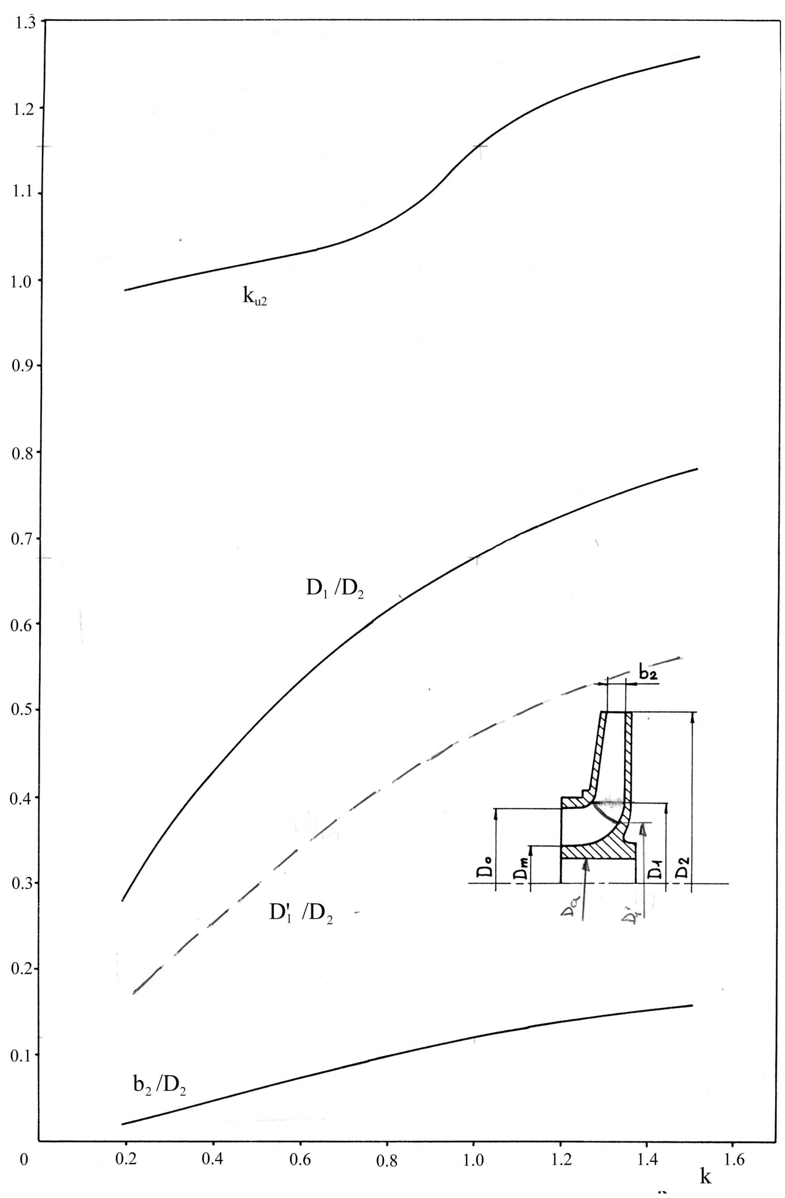

Figura 12: Diagramma statistico parametri di progetto pompa centrifuga

POMPA ASSIALE (Appello del 04.09.03, esercizio $N°1$)

Testo

Si consideri una pompa assiale con portata d'acqua fornita $Q = 0.5\ m^3/s$ e prevalenza manometrica $H = 8\ m$. Utilizzando il diagramma statistico allegato e assumendo valori opportuni per i rendimenti, calcolare la potenza assorbita, la velocità di rotazione, il numero caratteristico di macchina e i diametri interno e esterno della girante. Determinare inoltre i triangoli di velocità (in particolare gli angoli palari di girante e diffusore/raddrizzatore) in corrispondenza del diametro medio.

Svolgimento

Potenza assorbita

La potenza assorbita è definita da:

$$P_{ass} = \frac{1}{\eta_e} \rho g Q H \tag{76}$$

Il rendimento effettivo η_e si può determinare dal grafico in figura (14), una volta noto il numero caratteristico di giri riferito alla potenza n_p. Quest'ultimo, è ricavabile dal primo grafico allegato (figura 13) in funzione della prevalenza massima H_{max}. Assumendo $H_m = H_{max}$, si ottiene $n_p = 920$ a cui corrisponde un rendimento effettivo di $\eta_e = 0.83$. La potenza assorbita vale quindi $P_{ass} = 47.23\ KW = 64.28\ CV$.

Velocità di rotazione

Dalla definizione di n_p si ricava:

$$n = \frac{n_p H^{1.25}}{P_{ass}^{0.5}} = 1544\ g/min \quad con\ P_{ass}\ in\ CV \tag{77}$$

Nota: si può supporre un collegamento diretto della pompa con un motore elettrico a due coppie polari ($2p = 4$) e scegliere $n = 1500\ g/min$.

Numero caratteristico di macchina

Il numero caratteristico di macchina è definito come:

$$k = \frac{\omega Q^{0.5}}{(gH)^{0.75}} = \frac{2\pi n}{60} \cdot \frac{Q^{0.5}}{(gH)^{0.75}} = 4.34 \tag{78}$$

valore che appartiene al range tipico delle pompe assiali ($2 \div 6$).

Diametri esterno ed interno della girante

Dal grafico in figura (13) si ricava anche:

$$k_{ue} = 2.5 \ \rightarrow \ u_e = k_{ue} \cdot \sqrt{2gH} = 31.3\ m/s$$

$$b/D_e = 0.24 \ \rightarrow \ b = 0.24 \cdot D_e$$

Il diametro esterno vale quindi:

$$D_e = \frac{u_e \cdot 60}{\pi n} = 0.387\ m \tag{79}$$

e il diametro interno:

$$D_i = D_e - 2b = D_e \cdot (1 - 2 \cdot 0.24) = 0.201\ m \tag{80}$$

<u>Triangoli di velocità al diametro medio</u>
Il diametro medio vale:

$$D_m = \frac{D_i + D_p}{2} = 0.294\ m \tag{81}$$

La velocità periferica al diametro medio:

$$u_1 = u_2 = u = \frac{\pi n}{60} \cdot D_m = 23.8\ m/s \tag{82}$$

La velocità di attraversamento della macchina, assunta costante, si determina dall'equazione della portata:

$$c_{m1} = c_{m2} = c_m = \frac{4Q'}{\pi(D_e^2 - D_i^2)} = \frac{4Q}{\eta_v \pi(D_e^2 - D_i^2)} = 6.12\ m/s \tag{83}$$

assumendo un rendimento volumetrico $\eta_v = 0.95$.
Nell'ipotesi di assenza di predistributore ($c_{1u} = 0$), la componente periferica della velocità assoluta in uscita è direttamente calcolabile dall'espressione del lavoro idraulico secondo Eulero:

$$c_{2u} = \frac{gH_{id}}{u} = \frac{gH}{\eta_{id} u} \tag{84}$$

Se assumiamo un rendimento meccanico pari a $\eta_m = 0.97$, il rendimento idraulico vale:

$$\eta_{id} = \frac{\eta_e}{\eta_v \eta_m} = 0.90 \tag{85}$$

e quindi dall'eq. (84): $c_{2u} = 3.7\ m/s$.
Dai triangoli di velocità in figura (15) si ha:

$$\beta_1 = \arctan(\frac{c_m}{u}) = 14.4° \tag{86}$$

$$\beta_2 = \arctan(\frac{c_m}{c_u - c_{2u}}) = 16.9° \tag{87}$$

$$\alpha_2 = \arctan(\frac{c_m}{c_{2u}}) = 58.8° \tag{88}$$

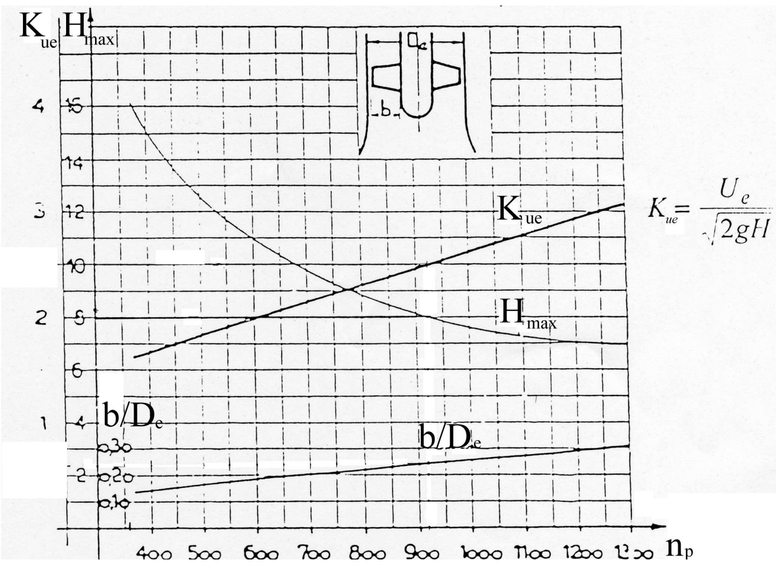

Figura 13: Diagramma statistico pompe assiali

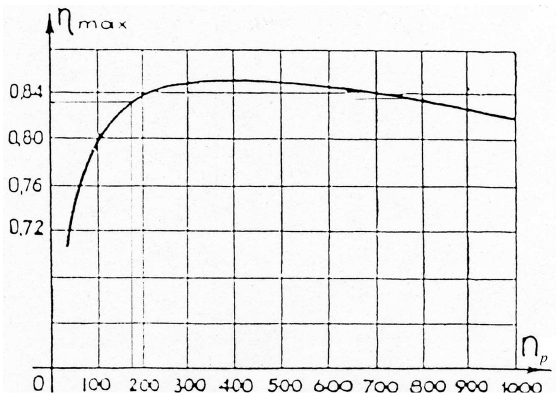

Figura 14: Rendimento effettivo pompe assiali

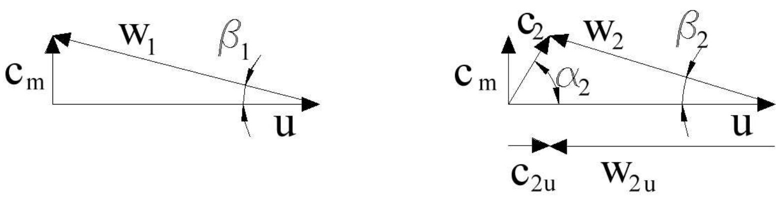

Figura 15: Triangoli di velocità al diametro medio