SISTEMI ENERGETICI

Sistemi ed unità di misura

Il sistema di misura utilizzato è il *Sistema Internazionale* (S.I.). Le grandezze fisiche che in esso sono assunte come fondamentali sono:

Grandezza	*Unità di misura*	*Simbolo*
tempo	Secondo	s
massa	Chilogrammo	kg
lunghezza	Metri	m
temperatura	Gradi Kelvin	K

Le altre grandezze fisiche sono misurate utilizzando unità di misura derivate dalle fondamentali sulla base delle varie leggi che governano la Fisica.
Ad esempio la **forza,** data dalla seconda legge della dinamica $F = m \cdot a$, è espressa in newton [N]. Se consideriamo un corpo di 1[kg] sottoposto all'accelerazione di 1[m/s²] si ha che su questo agisce una forza:

$$1[\mathrm{N}] = 1[\mathrm{kg}]\ 1\left[\mathrm{m}/\mathrm{s}^2\right] = 1\left[\mathrm{kg\,m}/\mathrm{s}^2\right].$$

Un sistema di misura ancora molto utilizzato in campo tecnico è il *Sistema Tecnico* (S.T.). Le grandezze fisiche che in esso sono assunte come fondamentali sono:

Grandezza	*Unità di misura*	*Simbolo*
tempo	Secondo	s
forza	Chilogrammo	kg
lunghezza	Metri	m
temperatura	Gradi centigradi	°C

Talvolta, per maggiore chiarezza, il simbolo utilizzato per esprimere la forza nel S.T. è il kg_p. Il campione utilizzato per quantificare la massa nel S.I. è lo stesso campione utilizzato per identificare la forza peso nel S.T.. Da questa condizione è possibile ricavare la relazione tra kg_p e N. Infatti, in base alla seconda legge della dinamica, considerando un corpo avente massa di 1 kg immerso nel campo gravitazionale terrestre, sottoposto quindi all'accelerazione di gravità pari a 9.81 m/s^2, si ha che su questo agisce una forza:

$$F = 1[\mathrm{kg}]\ 9.81[\mathrm{m/s}^2] = 9.81\left[\frac{kg\,m}{s^2}\right] = 9.81[\mathrm{N}]$$

pari ad 1 kg_p.
Nel seguito, vista l'identificazione tra il campione di massa e di peso, indicheremo il chilogrammo massa e quello peso con lo stesso simbolo kg.

Unità di misura della pressione

Dal punto di vista dimensionale la pressione è il rapporto tra una forza ed una superficie. Nel S.I. è misurata in Pascal ([Pa]), dove

$$[Pa] = [N/m^2]$$

Poichè il Pa rappresenta una pressione di entità esigua, nel campo dei sistemi energetici vengono correntemente utilizzati dei suoi multipli come

$$kPa = 10^3\,Pa; \qquad MPa = 10^6\,Pa \qquad ed \qquad bar = 10^5\,Pa$$

La pressione, però, viene misurata utilizzando anche altre unità di misura, alcune in disuso, come l'atmosfera tecnica [ata] e l'atmosfera normale [atm], altre in particolari campi e/o situazioni, come i millimetri di colonna di mercurio [mm_{Hg}]ed i millimetri di colonna d'acqua [mm_{H2O}]. I fattori di conversione tra queste unità di misura sono:

1[ata]	=	98066,5	[Pa]
1[atm]	=	101325	[Pa]
1[mm_{Hg}]	=	133,322	[Pa]
1[mm_{H2O}]	=	9,80665	[Pa]

Nella tabella UNI allegata sono riportate le unità di misura, relativamente al S.I., delle principali grandezze fisiche e i relativi fattori di conversione per le corrispondenti unità di misura nei principali sistemi di misura.

Riepilogo delle principali espressioni necessarie per la risoluzione degli esercizi applicativi.

Primo principio della termodinamica.

Forma sostanziale (Sistemi chiusi)

$$dQ_e+dL=dE \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

dove:

energia del sistema chiuso: $E = U+E_c+E_b+E_w+.....$ (Lez.3-4)

energia interna: $U = U_T+U_{ch}+.....$ (Lez.3-4)

energia cinetica: $E_c = c^2/2$ (Lez.3-4)

energia potenziale ($\vec{g}$): $E_g = gz$ (Lez.3-4)

energia dovuta al c.f.c.: $E_w = -rw^2/2$ (Lez.3-4)

e sostituendo i vari termini si ottiene:

$$dQ_e + dL = dU + dE_c + dE_g + (dE_w) \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

Conservazione dell'energia in forma meccanica

$$dL = -pdv + dE_c + dE_g + dL_w + (dE_w) \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

altra forma del primo principio della termodinamica:

$$dQ_e + dL_w = dU + pdv = di - vdp \qquad \text{(Lez.3-4)}$$

Forma Euleriana (Sistemi aperti)

$$\dot{Q} + \dot{L} = \frac{dE}{dt} + \dot{E}_f \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

energia immagazzinata in un sistema aperto:

$$E = U + \frac{c^2}{2} + gz \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

$$\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\int_V E\tilde{n}\,dV \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

energia di corrente: $E_f = E + pv = i + \frac{c^2}{2} + gz$ (Lez.5-6)

$$\dot{E}_f = \sum_i \dot{E}_{f,i} = \sum_i \int_A E_f\,\tilde{n}\vec{c}\cdot\vec{n}\,dA \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

In condizioni stazionarie:

$$dQ_e + dL_i = di + dE_c + dE_g + (\,dE_w\,) \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

Conservazione dell'energia in forma meccanica

$$dL_i = vdp + dE_c + dE_g + (\,dE_w\,) + dL_w \qquad \text{(Lez.5-6)}$$

Secondo principio della termodinamica

$$TdS = dQ = dQ_e + dQ_w = dQ_e + dL_w \qquad \text{(Lez.11)}$$

Modelli di gas

Gas perfetto

$$pv = RT$$

$$R = \text{cost}$$

$$c_p = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_p = \text{costante}$$

$$c_v = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_v = \text{costante}$$

$$R = c_p - c_v$$

Gas quasi perfetto

$$pv = RT$$
$$R = \text{cost}$$
$$c_p = \left.\frac{dQ}{dt}\right|_p = f(T)$$
$$c_v = \left.\frac{dQ}{dT}\right|_v = f(T)$$
$$R = c_p - c_v$$

Gas reale

$$\frac{pv}{RT} = z(p,T)$$

Funzioni di stato dei gas perfetti

energia interna: $dU = c_v dT$

entalpia: $di = c_p dT$

entropia: $dS = c_v \frac{dT}{T} + R\frac{dv}{v} = c_p \frac{dT}{T} - R\frac{dp}{p}$

Leggi di trasformazioni per un gas

trasformazione		**equazione**	***m***	***c***
isobara	p = costante	T/v = cost	0	c_p
isoterma	T = costante	pv = cost	1	
isocora	v = costante	T/p = cost		c_v
adiabatica reversibile	$dQ_e = 0$	pv^k = cost	k	0
	$dL_w = 0$			
politropica	c = costante	pv^m = cost	m	$c_v \frac{m-k}{m-1}$

Esercizi applicativi del principio di conservazione dell'energia

1) Una macchina espande 3 kg/s di gas da 10 bar e 500°C sino ad 1 bar, secondo una politropica con esponente m=1.5. Si conosce L_W=62 kJ/kg e si vuol sapere la potenza interna della macchina, nonché, eventualmente, se questa scambia calore con l'eterno e quanto complessivamente.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K, energie cinetiche trascurabili all'ingresso e all'uscita).

2) In un impianto per riscaldare un ambiente il ventilatore aspira 1.5 m^3/s di aria dall'esterno nelle condizioni di 1 bar, 5°C e la manda in una tubazione in cui è inserito un riscaldatore elettrico che le fornisce calore. L'aria effluisce nell'ambiente ad una pressione pari a quella esterna con velocità trascurabile. Sapendo che il ventilatore è azionato da un motore che eroga una potenza di 3.7 kW (con un rendimento meccanico della trasmissione meccanica motore-ventilatore pari a 0.97), valutare la potenza termica richiesta al riscaldatore affinché l'aria effluisca nell'ambiente ad una temperatura di 35°C.
   (c_p=1005 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

3) In un riscaldatore entra aria nelle condizioni di 0.5 MPa, 210°C con una velocità di 50 m/s ed esce nelle condizioni di 0.45 MPa, 850°C con una velocità di 120 m/s. Sapendo che il regime di funzionamento è stazionario e che l'evoluzione del fluido nel riscaldatore è approssimabile con una politropica di esponente m, si valuti l'esponente m, il calore massico fornito al fluido nonchè l'entità delle perdite per resistenze passive L_w durante la trasformazione.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

4) Una turbopompa deve sollevare acqua da un pozzo in un serbatoio per un'altezza di 20 m. Il condotto in cui è inserita la pompa ha un diametro costante pari a 10 cm. Le perdite per resistenze passive nel condotto e nella pompa sono valutabili in un 15% del lavoro massico compiuto dalla pompa. Calcolare la potenza del motore che aziona la pompa in tali condizioni sapendo che l'acqua effluisce all'atmosfera con velocità di 2 m/s. Si assuma un rendimento meccanico nell'accoppiamento motore-pompa pari a 0.97.

5) Una turbina a vapore riceve una potenza di 10 MW dal vapore che la attraversa. Le condizioni del vapore all'ingresso sono pari a 30 bar, 450°C e la velocità del vapore è pari a 100 m/s. Il vapore viene scaricato dalla macchina con una velocità di 140 m/s ad una temperatura di 330°C in un ambiente ove regna una pressione di 1 MPa.
   Determinare la portata di vapore che attraversa la macchina.

6) In una turbina a gas diabatica i gas si espandono a partire dalla temperatura di 800°C seguendo una linea di espansione di esponente m =1.3. Sapendo che il rapporto di espansione (rapporto tra la pressione all'ammissione e quella allo scarico della turbina) è pari a 4 e che il calore introdotto dall'esterno durante l'espansione ammonta a 30 kJ/kg, determinare la temperatura alla fine dell'espansione ed il lavoro di espansione.
   (c_p=1050 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

7) Una bombola della capacità di 5 litri, contenente aria nelle condizioni ambiente di 1 bar e 300 K, è collegata tramite una valvola ad un grande serbatoio contenente aria alla pressione di 150 bar ed alla temperatura di 300 K. Aprendo la valvola nella bombola entra aria fino a portare la pressione interna a 150 bar. Trascurando gli scambi di calore con l'esterno durante il processo di riempimento, determinare la massa di aria che entra e la temperatura media dell'aria nella bombola al termine del riempimento.
(c_p=1004.5 J/kg/K, R=287 J/kg/K).

Soluzioni esercizi applicativi I° principio della termodinamica

1)

La macchina lavora in condizioni stazionarie. Applicando il principio di conservazione dell'energia in forma euleriana tra le sezioni di ingresso (1) e di uscita (2) della macchina, supposta motrice, possiamo scrivere:

$Q_e - L_i = \Delta i + \Delta E_c + \dots$

dove: $\Delta E_c \cong 0$

$\Delta i = c_p(T_2 - T_1)$

La temperatura T_2 è determinabile tramite l'espressione della politropica che unisce gli stati 1 e 2 del fluido:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{m-1}{m}}$$ = (273+500)*(1/10)^(0,5/1,5) = 358,79 K

$\Delta i = c_p(T_2 - T_1)$ = 1,05*(358,79-773)= - 434,91 kJ/kg

Il lavoro che il fluido esercita sugli organi mobili della macchina può essere determinato dall'equazione dell'energia in forma meccanica:

$$L_i = -\int_1^2 v dp - \Delta E_c - L_w \cong -\int_1^2 v dp - L_w$$

L'integrale definito tra 1 e 2 ha soluzione:

$$-\int_1^2 v dp = \frac{m}{m-1} p_1 v_1 \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{m-1}{m}}} \right) = \frac{m}{m-1} R T_1 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{m-1}{m}}} \right) =$$

= (1,5/0,5)*287*773*(1-1/(10^(0,5/1,5)))/10^3 = 356,63 kJ/kg

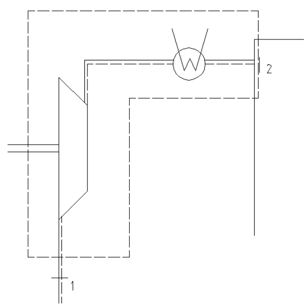
L_i = 356.63-62= 294.63 kJ/kg

$P_i = \dot{m} L_i$ = 3*356,63 = 883,9 kW

Il calore massico scambiato con l'esterno risulta quindi:

$Q_e = L_i + \Delta i$ = 294,63 - 434,91 = -140,28 kJ/kg (negativo in quanto sottratto al fluido che si espande attraverso la macchina).

2)



Con riferimento allo schema rappresentato a lato, applichiamo il principio di conservazione dell'energia, nella forma utilizzata per sistemi aperti:

$\dot{Q}_e + \dot{L}_i = \dot{m}(\Delta i + \Delta E_c)$

dove: $\Delta E_c \cong 0$

$\Delta i = c_p(T_2 - T_1)$ = 1,005*(35-5) = 30,15 kJ/kg

$\dot{L}_i = \dot{m} L_i = P_i = \eta_m P_a$ = 0,97*3,7 = 3,59 kW

La portata in massa che attraversa il sistema si determina moltiplicando la portata in volume ($\dot{V}$), nota nella sezione di ingresso, per la densità massica nella stessa sezione.

$r_1 = \dfrac{p_1}{RT_1}$ = 10^5/(287*278) = 1,253 kg/m^3

$\dot{m} = r_1 \dot{V}$ =1,253*1,5=1,88 kg/s

La potenza termica richiesta dal riscaldatore è quindi data da:

$\dot{Q}_e = \dot{m}\Delta i - h_m P_a$ =1,88*30,15-3,59=53,09 kW

3)

L'evoluzione del fluido nel riscaldatore è approssimabile con una politropica e pertanto, indicando con i pedici 1 e 2 rispettivamente le condizioni del fluido all'ingresso e all'uscita, si ha:

$\dfrac{p_2}{p_1} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{m}{m-1}}$ da cui si ottiene:

$\dfrac{m}{m-1} = \dfrac{ln(p_2/p_1)}{ln(T_2/T_1)}$ = *ln*(0,45/0,5)/*ln*(1123/483) = -0,125; *m* = 0,111

Il calore massico fornito al fluido si determina tramite l'espressione del I° principio, scritto secondo il criterio di studio euleriano:

$Q_e - L_i = Di + DE_c + \ldots$

con $L_i = 0$ in quanto non ci sono organi mobili che scambiano lavoro con il fluido

Q_e = cp(T_2-T_1)+(c_2^2-c_1^2)/2 = 1,05*(1123-483)+(120^2-50^2)/2/10^3 = 677,95 kJ/kg

Il lavoro delle resistenze passive durante la trasformazione è determinabile tramite l'espressione del I° principio in forma meccanica

$L_i = -\int_1^2 vdp - \Delta E_c - L_w = 0;$

da cui

$$L_w = -\int_1^2 vdp - \Delta E_c = -\frac{m}{m-1}RT_1\left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1\right) + \frac{\left(c_1^2 - c_2^2\right)}{2} =$$

= -0,111/(-0,889)*287*483*((0,45/0,5)^(-0,889/0,111)-1) +(50^2-120^2)/2 =
= 16987 J/kg = 16,99 kJ/kg

4)

Applichiamo il principio di conservazione dell'energia in forma meccanica tra il pelo libero del serbatoio di aspirazione della pompa (pedice a) e l'uscita del condotto di mandata (pedice u), tenendo presente che il fluido di lavoro è acqua, che considereremo incomprimibile.

$$L_i = \int_1^2 vdp + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w = \frac{\Delta p}{r} + \Delta E_c + \Delta E_g + L_w = g(H_u^0 - H_a^0) + L_w$$

dove, nell'ultima espressione, si è utilizzata la definizione di carico totale $H^0 = \frac{p}{\rho g} + \frac{c^2}{2g} + z$

Nella sezione di uscita il carico totale è $H_u^0 = \frac{p_{atm}}{\rho g} + \frac{c_u^2}{2g} + z_u$

al pelo libero del serbatoio di aspirazione è $H_a^0 = \frac{p_{atm}}{\rho g} + z_a$

sostituendo queste espressioni nell'equazione di partenza si ottiene:

$L_i - L_w = g(z_u - z_a) + \frac{c_u^2}{2}$ = 9,8*20+2^2/2 = 198 J/kg

L_i = 198/0,85 = 232,94 J/kg

Per calcolare la potenza del motore che aziona la pompa occorre dapprima determinare la portata in massa che manda la pompa:

$\dot{m} = \rho\pi \frac{\phi^2}{4} c_u$ = 1000*3,142*(10*10-^{2})^2/4*2 = 15,71 kg/s

La potenza richiesta dal motore risulta essere

$P_M = \frac{P_i}{\eta_m} = \frac{\dot{m} L_i}{\eta_m}$ = 15,71*232,94/0,97/10^3 = 3,77 kW

5)

Applichiamo il primo principio della termodinamica in forma euleriana tra ingresso (1) e uscita (2) della turbina a vapore, utilizzando la convenzione delle macchine motrici:

$Q_e - L_i = \Delta i + \Delta E_c + \ldots$

con Q_e = 0 perchè la macchina è adiabatica.

Dal diagramma di Mollier è possibile determinare l'entalpia del vapore in 1, intersecando l'isobara di 30 bar con l'isoterma di 450°C;

si ottiene i_1 = 3344 kJ/kg.

Analogamente, le condizioni del vapore all'uscita della turbina sono determinabili tramite l'isobara a 10 bar e l'isoterma a 330°C:

i_2 = 3115 kJ/kg.

$L_i = i_1 - i_2 + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$ = 3344-3115+(100^2-140^2)/2/10^3 = 224,2 kJ/kg

$\dot{m} = \frac{P_i}{L_i}$ = 10*10^3/224,2 = 44,60 kg/s = 160,6 t/h

6)

La temperatura di scarico dei gas dalla turbina è determinabile utilizzando l'equazione della trasformazione politropica tra ingresso (3) e uscita (4) della macchina:

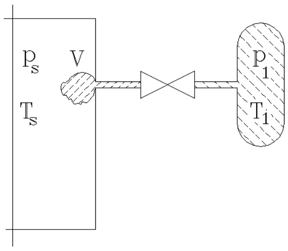
$$T_4 = \frac{T_3}{\left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{m-1}{m}}} = \frac{T_3}{\beta^{\frac{m-1}{m}}}$$ = 1073/4^(0,3/1,3) = 779,2 K

Il lavoro massico è dato dall'espressione ($\Delta E_c \cong 0$):

$L_i = i_3 - i_4 + Q_e = c_p\left(T_3 - T_4\right) + Q_e$ =1,05*(1073-779,2)+30 = 338,46 kJ/kg

7)

Con riferimento allo schema rappresentato a lato, applichiamo il principio di conservazione dell'energia in forma lagrangiana al sistema costituito dalla massa m_1, inizialmente presente nella bombola prima dell'apertura della valvola, e dalla massa m che, presente inizialmente nel serbatoio, sarà introdotta nella bombola al termine del riempimento. Pertanto la massa che complessivamente sarà presente nella bombola al termine del riempimento varrà $m_1 + m$.



$dQ_e + dL = dE = dU + dE_c + \ldots$

Trascurando gli scambi di calore durante il processo di riempimento ed integrando l'espressione tra l'istante immediatamente prima dell'apertura della valvola e l'istante in cui ha termine il riempimento si ottiene:

$L = \Delta U + \Delta E_c \cong \Delta U = (m_1+m)\, U_{1_f} - m_1 U_1 - m\, U_S$

in quanto la variazione di energia cinetica è trascurabile tra l'istante di fine e l'istante di inizio riempimento.

Il lavoro effettuato dalle forze esterne sul sistema è dato da:

$$L = -\int_{S_{m_1+m}} p\,dV = -p_S \int_{S_{m_1+m}} dV = p_S V$$

avendo indicato con S_{m_1+m} la superficie che delimita il sistema con l'esterno, e con V il volume occupato dalla massa m nel serbatoio prima del processo di riempimento.

Applicando quindi l'equazione di stato dei gas perfetti alle masse m_1 e m all'inizio del processo e a m_1+m al termine del riempimento, possiamo scrivere:

$$m = \frac{p_S V}{R T_S}$$

$$m_1 = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

$$m + m_1 = \frac{p_{1_f} V_1}{R T_{1_f}} = \frac{p_S V_1}{R T_{1_f}}$$

ed esprimendo le energie interne per l'aria, considerata come un gas perfetto,

$U = c_v T + cost = c_v T$

Sostituendo le espressioni determinate nella seconda equazione si ottiene:

$$mRT_S = \frac{p_S V_1}{RT_{1_f}} c_v T_{1_f} - m_1 c_v T_1 - m c_v T_S$$

da cui: $m(R + c_v)T_S = \frac{c_v}{R} p_S V_1 - \frac{c_v}{R} p_1 V_1 = \frac{c_v}{R} V_1 (p_S - p_1)$

$m = \frac{c_v}{Rc_p} \frac{V_1}{T_S} (p_S - p_1) = \frac{1}{kR} \frac{V_1}{T_S} (p_S - p_1)$ = 0,639 kg

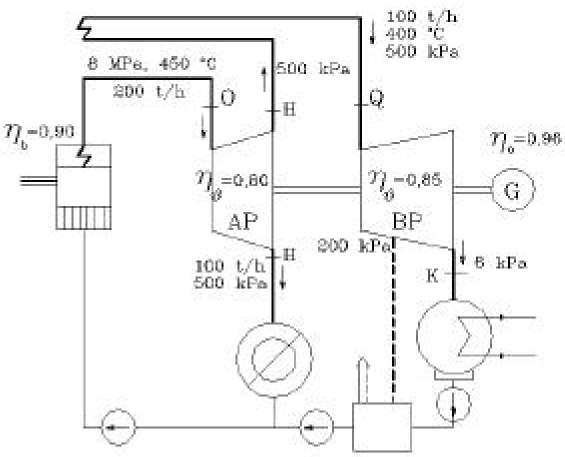
$m_1 = \frac{p_1 V_1}{RT_1}$ = 5,81*10^{-3} kg

$T_{1_f} = \frac{p_S V_1}{R(m + m_1)}$ = 405,0 K

Esercizi sugli impianti a ciclo Rankine

8) Un impianto termoelettrico con turbina a vapore, rigenerativo, consuma 63 t/h di combustibile avente potere calorifico inferiore a pressione costante H_i = 40 MJ/kg e richiede per la condensazione 26650 m^3/h di acqua che si riscalda di 12°C nel passaggio attraverso il condensatore. Il rendimento del generatore di vapore vale η_b=0.90; gli ausiliari assorbono una potenza di 12 MW, le perdite meccaniche della turbina ammontano a 5 MW.
Calcolare la potenza utile dell'impianto ed il rendimento globale.

9) Nell'impianto a vapore a ricupero parziale schematizzato nelle condizioni nominali di funzionamento si domandano:
   - la potenza utile;
   - il rendimento globale;
   - la portata di combustibile (avendo esso un potere calorifico inferiore H_i = 40000 kJ/kg).



(*I calcoli vengano effettuati ipotizzando che il liquido sia restituito dall'utilizzazione termica nelle condizioni di saturazione alla pressione di 500kPa, e che all'uscita del degasatore-rigeneratore l'acqua si trovi nelle condizioni di saturazione a 200 kPa. Si noti che quest'ultima ipotesi è usuale in probemi di questo tipo a meno che il liquido non sia sottoraffreddato. In questo caso sarà indicata la temperatura dell'acqua all'uscita dello scambiatore.*
Per determinare le condizioni del vapore spillato nella turbina di bassa pressione (BP) si può ipotizzare che:
   a) l'espansione sia rappresentata da una retta sul diagramma di Mollier;
   b) il rendimento termodinamico tra ingresso turbina e punto di estrazione sia pari a quello dell'intero corpo della turbina.
Le due ipotesi, entrambe approssimate, comportano risultati lievemente diversi.
L'impianto in esame è di tipo cogenerativo, atto cioè alla produzione congiunta di lavoro e calore, e pertanto la definizione di rendimento globale che occorre adottare è di tipo economico).

10) Un impianto convenzionale a vapore ha le seguenti caratteristiche in condizioni nominali:
   - pressione all'uscita del generatore di vapore p_O = 100 bar;
   - temperatura all'uscita del generatore di vapore t_O = 550°C;
   - pressione al condensatore p_k = 0,05 bar:
   - rendimento termodinamico interno della turbina η_θ = 0.80.

Calcolare il rendimento utile del ciclo assumendo un rendimento organico η_0 = 0.96.
Determinare inoltre il rendimento utile qualora si renda l'impianto rigenerativo. Supporre che lo spillamento rigenerativo venga effettuato alla pressione di 3 bar e che la frazione spillata, desurriscaldata e condensata, serva a portare, in un condensatore a miscela,

l'acqua all'uscita dal condensatore alla temperatura corrispondente alle condizioni di saturazione alla pressione di 3 bar.

11) In un impianto a recupero parziale le condizioni del vapore all'ingresso della turbina sono: 60 bar e 500°C. Le condizioni del vapore all'estrazione sono pari a 3 bar e 190°C. La turbina di bassa pressione ha rendimento termodinamico interno $\eta_\theta = 0.8$, e la pressione al condensatore vale 0.06 bar. In tali condizioni il generatore di vapore produce una portata di vapore pari a 160 t/h ($\eta_b = 0,90$) e l'impianto sviluppa una potenza di 35 MW ($\eta_0 = 0,95$). Determinare la portata estratta ed il rendimento globale dell'impianto nell'ipotesi che la portata estratta venga reintegrata alla stessa temperatura della condensa proveniente dal condensatore.

Soluzione esercizi sugli impianti a ciclo Rankine

8)

La potenza termica fornita al fluido nel generatore di vapore è data dall'espressione:

$\dot{Q}_1 = \eta_b \dot{m}_b H_i$ = 0,90*63/3,6*40 = 630 MW

La potenza termica sottratta al fluido nel condensatore vale:

$\dot{Q}_2 = c_h \dot{m}_h \Delta T_h = c_h \rho_h Q_h \Delta T$ = 4,1868*1000*26650/3600*12*10^{-3} = 371,93 MW

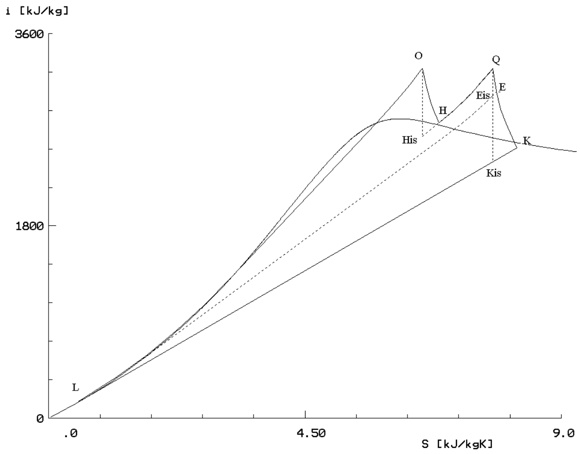
La potenza utile dell'impianto vale:

$P_u = P_i - P_{aux} - P_m = \dot{Q}_1 - \dot{Q}_2 - P_{aux} - P_m$ = 630-371,93-12-5 = 241,07 MW

e il rendimento globale:

$\eta_g = \eta_b \dfrac{P_u}{\dot{Q}_1}$ = 0,90*241,07/630 = 0,344

9)



Con riferimento alla simbologia indicata sullo schema dell'impianto, dal diagramma di Mollier si ricava:

i_O = 3274,3 kJ/kg

$i_{H_{is}}$ = 2637,3 kJ/kg

i_Q = 3272,1 kJ/kg

$i_{K_{is}}$ = 2401,6 kJ/kg

dalla definizione di rendimento isoentropico in turbina abbiamo:

$i_H = i_O - \eta_{J_{AP}} \left(i_O - i_{H_{is}} \right)$ = 2764,7 kJ/kg

$i_K = i_Q - \eta_{J_{BP}} \left(i_Q - i_{K_{is}} \right)$ = 2532,2 kJ/kg

Dalle tabelle delle curve limiti del vapore si determina inoltre

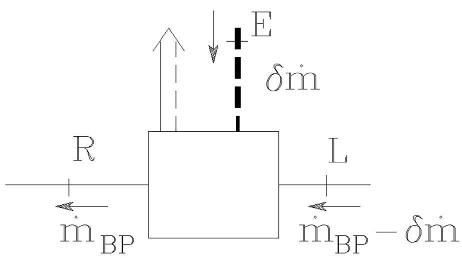
- liquido uscita condensatore i_L = 151,50 kJ/kg
- liquido saturo uscita utenza termica i_U = 640,1 kJ/kg

Per determinare le condizioni del vapore spillato a 2 bar (punto E) durante l'espansione nella turbina BP ipotizziamo che il rendimento termodinamico tra Q ed E valga 0,85, lo stesso valore che viene fornito per tutto il corpo di BP (è questa un'ipotesi di lavoro in mancanza di dati più precisi relativi alle condizioni del vapore spillato).

$i_{E_{is}}$ = 3016,8 kJ/kg

$i_E = i_Q - \eta_{J_{BP}} \left(i_Q - i_{E_{is}} \right)$ = 3055,1 kJ/kg

La portata estratta durante l'espansione nella BP si determina mediante un bilancio allo scambiatore a miscela:



$\left(\dot{m}_{BP} - \delta \dot{m} \right) i_L + \delta \dot{m}\, i_E = \dot{m}_{BP} i_R$

da cui

$$\delta\dot{m} = \dot{m}_{BP}\frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$$

l'entalpia del punto R si determina dalle tabelle delle curve limiti alla pressione di 2 bar: i_R = 504,70 kJ/kg

risulta quindi $\delta\dot{m} = \dot{m}_{BP}\frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$ = 100*(504,70-151,5)/(3055,1-151,5) =12,16 t/h = 3.38 kg/s

La potenza utile fornita dall'impianto è data dall'espressione:

$$P_u = \eta_0\left[\dot{m}_{AP}(i_O - i_H) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_E) + (\dot{m}_{BP} - \delta\dot{m})(i_E - i_K)\right] =$$

= 0,96*[200*(3274,3-2764,7)+100*(3272,1-3055,1)+(100-12,16)*(3055,1-2532,2)]/3,6/10^3 = 45,21 MW

mentre la potenza termica che viene fornita al fluido nel generatore vale:

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_{AP}(i_O - i_M) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_H)$$

dove i_M rappresenta l'entalpia del liquido prima dell'ingresso nel generatore di vapore. Per determinare questo valore occorre effettuare un bilancio energetico al nodo di confluenza utenza termica – liquido uscita dal degasatore-rigeneratore:

$$i_M = \frac{(\dot{m}_{AP} - \dot{m}_{BP})i_U + \dot{m}_{BP}i_R}{\dot{m}_{AP}}$$ = (100*640,1+100*504,70)/200 = 572,4 kJ/kg

$$\dot{Q}_1 = \dot{m}_{AP}(i_O - i_M) + \dot{m}_{BP}(i_Q - i_H) =$$

=[200*(3274,3-572,4)+100*(3272,1-2764,7)]/3,6/10^3 = 164,2 MW

La portata di combustibile si determina dalla definizione di rendimento del generatore di vapore:

$$\dot{m}_b = \frac{\dot{Q}_1}{\eta_b H_i}$$ = 164,2/(0,9*40) = 4,56 kg/s

Il rendimento globale del ciclo è definito dall'espressione:

$$\eta_g = \eta_b\frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_U}$$

la potenza termica fornita all'utenza termica è

$\dot{Q}_U = (\dot{m}_{AP} - \dot{m}_{BP})(i_H - i_U)$ = 100*(2764,7-640,1)/3,6/10^3 = 59,01 MW

$\eta_g = \eta_b\frac{P_u}{\dot{Q}_1 - \dot{Q}_U}$ = 0,90*45,21/(164,2-59,01) = 0,387

10)

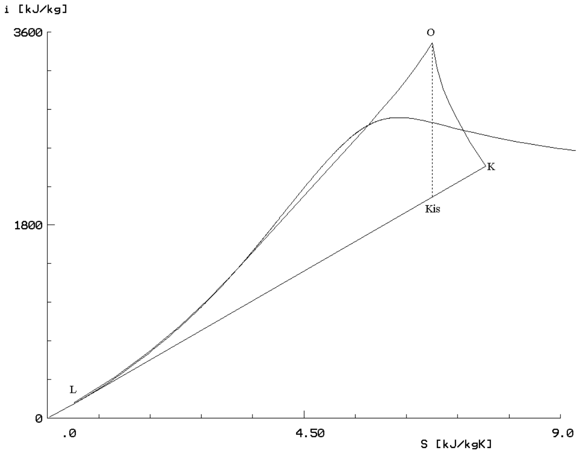
Con riferimento al ciclo Rankine indicato a lato, dal diagramma di Mollier si ricava:

i_O = 3499,8 kJ/kg

$i_{K_{is}}$ = 2059,8 kJ/kg

e dalla definizione di rendimento isoentropico:

$i_K = i_O - \boldsymbol{h}_J \left(i_O - i_{K_{is}}\right)$ = 2347,8 kJ/kg



Dalle tabelle delle curve limiti del vapore si determina inoltre per il liquido all'uscita del condensatore

i_L = 137,77 kJ/kg

Il rendimento utile del ciclo base è dato dalla relazione:

$$\boldsymbol{h}_u = \frac{P_u}{\dot{Q}_1} = \frac{L_u}{Q_1} = \boldsymbol{h}_0 \frac{L_i}{Q_1} = \boldsymbol{h}_0 \frac{i_O - i_K}{i_O - i_L}$$ = 0,96*(3499,8-2347,8)/(3499,8-137,77) = = 0,329

Nel caso di ciclo reso rigenerativo, le condizioni del vapore spillato alla pressione di 3 bar (punto E) sono determinate in modo analogo a quanto fatto nell'esercizio **9)**.

$i_{E_{is}}$ = 2629,3 kJ/kg

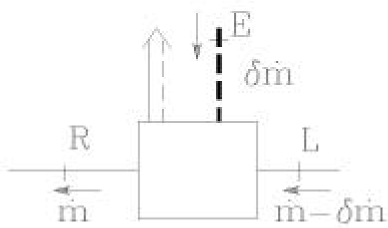
$i_E = i_O - \boldsymbol{h}_J \left(i_O - i_{E_{is}}\right)$ = 2803,4 kJ/kg

Per la presenza dello spillamento rigenerativo la definizione del rendimento utile deve tener conto del fatto che la portata in massa attraverso la turbina non è costante, e quindi:

$$\boldsymbol{h}_u' = \frac{P_u'}{\dot{Q}_1'} = \boldsymbol{h}_0 \frac{\dot{m}\left(i_O - i_E\right) + \left(\dot{m} - \boldsymbol{d}\dot{m}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\dot{m}\left(i_O - i_R\right)} = \boldsymbol{h}_0 \frac{\left(i_O - i_E\right) + \left(1 - \frac{\boldsymbol{d}\dot{m}}{\dot{m}}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\left(i_O - i_R\right)}$$

dove i_R rappresenta l'entalpia di saturazione del liquido a 3 bar; dalle curve limiti

i_R = 561,4 kJ/kg



Dal bilancio del rigeneratore a miscela si ha:

$\boldsymbol{d}\dot{m}\, i_E + \left(\dot{m} - \boldsymbol{d}\dot{m}\right) i_L = \dot{m}\, i_R$

da cui $\frac{\boldsymbol{d}\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{i_R - i_L}{i_E - i_L}$ = (561,4-137,77)/(2803,4-137,77) = 0,159

$$\boldsymbol{h}_u' = \boldsymbol{h}_0 \frac{\left(i_O - i_E\right) + \left(1 - \frac{\boldsymbol{d}\dot{m}}{\dot{m}}\right)\left(i_E - i_K\right)}{\left(i_O - i_R\right)}$$ = 0,96*[3499,8-2803,4+(1-0,159)*(2803,4-2347,8)]/(3499,8-561,4) = 0,353

11)

Con riferimento al ciclo Rankine indicato a lato, mediante il diagramma di Mollier si ricavano le seguenti entalpie per il vapore:

i_O = 3422,2 kJ/kg

i_H = 2845,0 kJ/kg

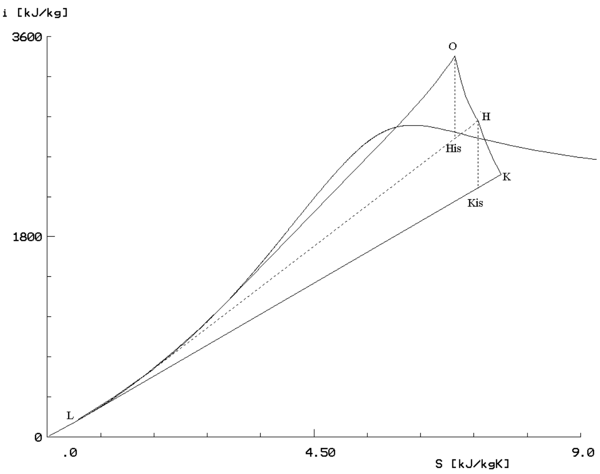
$i_{K_{is}}$ = 2238,6 kJ/kg

dalla definizione di rendimento isoentropico nella turbina BP:

$i_K = i_H - \eta_{\vartheta_{BP}}\left(i_H - i_{K_{is}}\right)$ = 2359,9 kJ/kg

Le tabelle delle curve limiti del vapore danno, per l'uscita dal condensatore

i_L = 151,50 kJ/kg



La portata estratta per l'utenza termica è determinabile dall'espressione di potenza utile dell'impianto:

$$P_u = \eta_0\left[\dot m_{AP}\left(i_O - i_H\right) + \left(\dot m_{AP} - \dot m_U\right)\left(i_H - i_K\right)\right]$$

$\dot m_U = \dfrac{\dot m_{AP}\left(i_O - i_K\right) - P_u/\eta_0}{\left(i_H - i_K\right)}$ = [160/3,6*(3422,2-2359,9)-35*10^3/0,95]/(2845,0-2359,9) = 21,38 kg/s

La potenza termica fornita all'utenza risulta:

$\dot Q_U = \dot m_U\left(i_H - i_L\right)$ = 21,38*(2845,0-151,50)/10^3 = 57,59 MW

Al generatore di vapore si fornisce:

$\dot Q_1 = \dot m_{AP}\left(i_O - i_L\right)$ = 160*(3422,2-151,50)/3,6/10^3 = 145,36 MW

Il rendimento globale dell'impianto a ricupero parziale vale quindi:

$\eta_g = \eta_b \dfrac{P_u}{\dot Q_1 - \dot Q_U}$ = 0,90*35/(145,36-57,59) = 0,359

Esercizi sugli ugelli

12) Un ugello isoentropico ed adiabatico riceve aria a 700°C ed alla pressione di 6 bar e la scarica alla pressione di 1 bar; la velocità del fluido nella sezione d'ingresso dell'ugello è pari a 100 m/s. Sapendo che l'area della sezione di uscita vale $A_u = 3$ cm^2, calcolare la la portata in massa e la velocità all'uscita.

13) Un ugello diabatico riceve del vapore a 20 bar, 400°C con velocità pari a 100 m/s. Le condizioni del vapore nella sezione di uscita dell'ugello (A_u = 10 cm^2) sono di 3 bar e 250°C. Sapendo che durante l'espansione il vapore riceve un calore massico pari a 42 kJ/kg, si determini la velocità del vapore all'uscita dell'ugello e la portata in massa.

14) Un ugello convergente-divergente, adiabatico, espande aria dalle condizioni di monte p_0, T_0 ($c_0 \cong 0$) sino alla pressione di 1 bar. Nella sezione ristretta, di area pari a 100 cm^2, si ha una pressione di 3 bar ed una temperatura di 500 K. Nella sezione di uscita si rileva una temperatura di 350 K. Considerando l'espansione isoentropica nel tratto convergente dell'ugello, si determinino la portata d'aria che attraversa l'ugello, la velocità dell'aria nella sezione d'uscita, l'area della sezione d'uscita e le condizioni (pressione e temperatura) nell'ambiente di monte.
(L'espansione è isoentropica nel solo tratto convergente dell'ugello e pertanto le relazioni ricavate per il dimensionamento ideale di un ugello sono applicabili al solo tratto convergente. Si noti inoltre che l'espansione continua nel tratto divergente dell'ugello e questo permette di capire se l'efflusso è critico o subritico)

15) Un ugello convergente-divergente espande aria da un ambiente a pressione di 2.5 bar, temperatura di 543 K e velocità trascurabile, sino ad un ambiente ove regna la pressione di 1 bar. L'ugello è caratterizzato da una sezione di uscita di 5,493 cm^2 ed un rapporto delle pressioni in condizioni di adattamento pari a 0.11. Per le condizioni di lavoro indicate, valutare la portata d'aria che attraversa l'ugello e la velocità di efflusso del fluido nella sezione di uscita.
(L'ugello non lavora sicuramente in condizioni di adattamento, ma, ricordando il significato di rapporto critico delle pressioni, è possibile dire che l'efflusso è critico).

16) Un ugello De Laval, isoentropico, è progettato per ricevere una portata di 10 kg/s di vapore a 160 bar e 500°C con velocità di 150 m/s e pressione di scarico pari a 20 bar.
Calcolare la portata di vapore che attraversa l'ugello quando questo è alimentato con vapore a 50 bar, 400°C e velocità trascurabile, mentre la pressione nell'ambiente di valle è stata variata in modo da mantenere l'ugello adattato. Si determini anche il valore della pressione nell'ambiente di scarico.
(La pressione di scarico dell'ugello in condizioni di progetto è anche la sua pressione di adattamento; è noto quindi il rapporto di adattamento dell'ugello, che rappresenta una caratteristica dell'ugello dipendente dalla sua geometria e dal fluido di lavoro (k). L'influenza della variabilità dell'esponente k sul valore del rapporto di adattamento si può normalmente trascurare).

Soluzioni esercizi sugli ugelli

12)

Indichiamo le condizioni del fluido nell'ambiente di monte e nell'ambiente di valle dell'ugello rispettivamente con i pedici 1 e 2. La temperatura del fluido all'uscita dell'ugello è data dall'equazione dell'isoentropica applicata tra ambiente di monte ed uscita:

$T_u = T_1 * \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ = (700+273)*(1/6)^(0,4/1,4) = 583,15 K

$r_u = \frac{p_u}{RT_u} = \frac{p_2}{RT_u}$ = 10^5/(287*583,15) = 0,597 kg/m^3

La velocità all'uscita si determina applicando il principio di conservazione dell'energia in forma euleriana tra ambiente di monte e sezione di uscita dell'ugello:

$Q_e + L_i = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0$

Nel caso di ugello L_i = 0 (non ci sono organi mobili che scambiano lavoro con il fluido); inoltre la trasformazione è adiabatica, e quindi Q_e = 0.

Risulta quindi:

$\Delta i^0 = 0$

da cui $c_u = \sqrt{2c_p\left(T_1^0 - T_u\right)} = \sqrt{c_1^2 + 2c_p\left(T_1 - T_u\right)}$ =

= $(100^2$+2*1004,5*(973-583,15)$)^{1/2}$ = 890,62 m/s

La portata d'aria smaltita dall'ugello vale:

$\dot{m} = r_u A_u c_u$ = 0,597*3*10^{-4}*890,62 = 0,160 kg/s.

13)

Poichè l'ugello è diabatico, occorre applicare il I° principio, scritto secondo il criterio di studio euleriano, in forma completa:

$Q_e + L_i = Q_e = \Delta i + \Delta E_c = \Delta i^0$

Si ottiene:

$c_u = \sqrt{2Q_e + c_1^2 + 2\left(i_1 - i_u\right)}$

I valori di entalpia si determinano tramite il diagramma di Mollier, poichè sono noti, per entrambi i punti, i valori di pressione e temperatura:

i_1 = 3247,5 kJ/kg

i_u = 2967,1 kJ/kg

$c_u = \sqrt{2Q_e + c_1^2 + 2\left(i_1 - i_u\right)}$ = (2*42*10^3+100^2+2*(3247,5-2967,1)*$10^3)^{1/2}$ =

= 809,20 m/s

La portata di vapore smaltita dall'ugello si determina mediante l'equazione di continuità:

$\dot{m} = \frac{A_u c_u}{v_u}$

dove il volume massico si ricava dal diagramma di Mollier nell'intersezione tra l'isobara e l'isoterma in u:

v_u = 0,796 m^3/kg

$\dot{m} = \dfrac{A_u c_u}{v_u}$ = (10*10^{-4}*809,2)/0,796 = 1,02 kg/s.

14)

L'espansione del fluido avviene anche lungo il tratto divergente dell'ugello e pertanto il De Laval lavora in condizioni critiche. Calcoliamo la portata in massa con riferimento alle condizioni nella sezione ristretta:

$\dot{m} = \rho_r A_r c_r$

$\rho_r = \dfrac{p_r}{RT_r}$ = 3*10^5/(287*500) = 2,09 kg/m^3

Nelle condizioni di funzionamento indicate, la velocità nella sezione ristretta è pari alla velocità del suono:

$c_r = c_{s_r} = \sqrt{kRT_r}$ = (1,4*287*500)$^{1/2}$ = 448,22 m/s

$\dot{m} = \rho_r A_r c_r$ = 2,09*100*10^{-4}*448,22 = 9,37 kg/s

Poichè l'evoluzione del fluido è isoentropica nel tratto convergente dell'ugello, è possibile calcolare le condizioni nell'ambiente di monte tramite la definizione di pressione critica e di temperatura critica:

$p_0 \cong p_0^0 = \dfrac{p_r}{\left(\dfrac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}}$ = 3/((2/2,4)^(1,4/0,4)) = 5,68 bar

$T_0 \cong T_0^0 = \dfrac{T_r}{\dfrac{2}{k+1}}$ = 500/(2/2,4) = 600 K

Per determinare la velocità c_u possiamo applicare il principio di conservazione dell'energia tra sezione ristretta e sezione di uscita:

$c_u = \sqrt{2c_p\left(T_r^0 - T_u\right)} = \sqrt{2c_p\left(T_0^0 - T_u\right)} \cong \sqrt{2c_p\left(T_0 - T_u\right)}$ = (2*1004,5*(600-350))$^{1/2}$ =

= 708,70 m/s

e l'area della sezione di uscita si ricava dall'equazione di continuità

$A_u = \dfrac{\dot{m}}{\rho_u c_u}$

La densità nella sezione di uscita è data dall'equazione di stato:

$\rho_u = \dfrac{p_u}{RT_u} = \dfrac{p_2}{RT_u}$ = 10^5/(287*350) = 0,996 kg/m^3

Si è posto l'uguaglianza tra p_u e p_2 in quanto, qualunque sia il tipo di trasformazione seguita dal fluido nell'ugello, la pressione sulla sezione di uscita si dovrà comunque portare al valore di pressione dell'ambiente di valle. Questo potrà avvenire tramite l'evoluzione isoentropica (ugello adattato) oppure il riequilibrio della pressione avverrà o tramite un urto fluidodinamico (per $p_2 > p_{ad}$), retto o obliquo, che potrà verificarsi o all'interno o nella sezione di uscita dell'ugello, o tramite una postespansione (per $p_2 < p_{ad}$), che avverrà sempre nella sezione di uscita.

$A_u = \dfrac{\dot{m}}{\boldsymbol{r}_u c_u}$ = 9,37/(0,996*708,7) = 132,7*10^{-4} m^2

15)

Il rapporto tra pressione di valle (pedice 2) e pressione totale di monte (pedice 1) nel funzionamento del De Laval vale:

$$\frac{p_2}{p_1^0} \cong \frac{p_2}{p_1} = 0{,}4 < \left(\frac{p_r}{p_1^0}\right)_{cr} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} = 0{,}528$$

Pertanto, essendo il rapporto discriminante $\left(\dfrac{p_2}{p_1^0}\right)_{discr}$ superiore al rapporto critico delle pressioni che si verifica nella sezione ristretta dell'ugello, possiamo affermare che il funzionamento dell'ugello è critico. Saremmo potuti giungere alla stessa conclusione, senza effettuare nessun calcolo, in base all'osservazione che nel tratto divergente si ha un'espansione del fluido, e questo è possibile solo in campo supersonico.

La portata può essere determinata in condizioni di adattamento, in quanto a parità di condizioni di monte, la portata rimane costante per ugello critico, indipendentemente dal rapporto di espansione.

$$\dot{m} = A_u \sqrt{\frac{2k}{k-1} p^0 \boldsymbol{r}^0 \left[\left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{k+1}{k}}\right]}$$

$$\boldsymbol{r}^0 = \frac{p^0}{RT^0} \cong \frac{p_1}{RT_1} = 2{,}5*10^5/(287*543) = 1{,}60 \text{ kg/m}^3$$

$\dot{m}$ = 5,493*10^{-4}*((2*1,4/0,4)*2,5*10^5*1,60*[0,11^(2/1,4)-0,11^(2,4/1,4)])$^{1/2}$ =
= 0,130 kg/s

Per determinare la velocità nella sezione di uscita non è possibile utilizzare le espressioni di c_u ricavate per le condizioni di progetto in quanto la trasformazione non è isoentropica nel tratto divergente dell'ugello.

Le equazioni utilizzabili sono: conservazione dell'energia tra sezione di monte e sezione di uscita; equazione di continuità ed equazione di stato dei gas perfetti.

$$\begin{cases} c_u = \sqrt{2c_p\left(T_1^0 - T_u\right)} \\ \dot{m} = \boldsymbol{r}_u A_u c_u \\ \boldsymbol{r}_u = \dfrac{p_u}{RT_u} = \dfrac{p_2}{RT_u} \end{cases}$$

Posto $p_u = p_2$, con le motivazioni viste nell'esercizio precedente, si hanno tre equazioni in tre incognite.

Da questo sistema è possibile, per sostituzione, ricavare la seguente espressione di secondo grado in $\boldsymbol{r}_u$.

$$\frac{2k}{k-1}\frac{p_1}{\boldsymbol{r}_1}\boldsymbol{r}_u^2 - \frac{2k}{k-1} p_2 \boldsymbol{r}_u - \left(\frac{\dot{m}}{A_u}\right)^2 = 0$$

Delle due soluzioni possibili, una è negativa, e quindi la sola soluzione fisicamente accettabile è rappresentata dal valore:

ρ_u = 0,714 kg/m^3

La temperatura nella sezione di uscita si ricava dall'equazione di stato:

$T_u = \frac{p_2}{R\rho_u}$ = 488,3 K

La velocità di efflusso vale:

$c_u = \sqrt{2c_p(T_0 - T_u)}$ = (2*1004,5*(543-488,3))$^{1/2}$ = 331,5 m/s

E' possibile calcolare la velocità del suono nella sezione di uscita

$c_{s_u} = \sqrt{kRT_u}$ = (1,4*287*488,3)$^{1/2}$ = 442,94 m/s

Dai valori determinati si deduce che il flusso è subsonico in uscita, ovvero l'adattamento della pressione nella sezione di uscita è stato effettuato tramite un urto fluidodinamico.

16)

Le proprietà del fluido in ingresso all'ugello si determinano tramite il diagramma di Mollier:
p_1 = 160 bar; t_1 = 500 °C: v_1 = 0,0193 m^3/kg; i_1 = 3295,7 kJ/kg
Dalla definizione di entalpia totale

$i_1^0 = i_1 + \frac{c_1^2}{2}$ = 3306,96 kJ/kg

si ricavano le condizioni totali a monte dell'ugello: La pressione e il volume totali si ottengono, tramite il diagramma di Mollier, considerando la trasformazione isoentropica dallo stato 1 fino al livello di entalpia totale i_1^0.

p_1^0 = 165,91 bar

v_1^0 = 0,0188 m^3/kg

Il rapporto di adattamento dell'ugello vale

$\left(\frac{p_u}{p_1^0}\right)_{ad}$ = 20/165,91 = 0,121

e, poichè il rapporto di adattamento dipende sostanzialmente dalla sola geometria dell'ugello, la nuova pressione nell'ambiente di valle è:

$p_u' = p_1'\left(\frac{p_u}{p_1^0}\right)_{ad}$ = 6,03 bar

avendo indicato con l'apice le grandezze relative alle nuove condizioni.
Per determinare la portata che attraversa l'ugello quando si modificano le condizioni di monte del fluido di lavoro occorre considerare la relazione della portata valida in condizioni di efflusso isoentropico nell'ugello De Laval:

$$\dot{m} = A_u \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_2}{p^0}\right)_{ad}^{\frac{k+1}{k}}\right]} \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} f\left(k, \frac{p_2}{p^0}\right) \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}} f(k)$$

In condizioni di criticità per un determinato ugello la portata in massa dipende dalle condizioni di monte e da una funzione relativamente complessa di *k*. Trascurando l'influenza della piccola variazione di *k*[§] si ottiene:

$$\dot{m} \propto \frac{p_1^0}{\sqrt{p_1^0 v_1^0}}$$

si ha quindi:

$$\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{p_1^{0\prime}}{p_1^0}\frac{\sqrt{p_1^0 v_1^0}}{\sqrt{p_1^{0\prime} v_1^{0\prime}}} = \sqrt{\frac{p_1^{0\prime} v_1^0}{p_1^0 v_1^{0\prime}}}$$

Le nuove condizioni totali a monte dell'ugello coincidono con le condizioni statiche in quanto la velocità del fluido in ingresso è trascurabile.
Le proprietà si determinano dal Mollier:
i_1' = 3195,5 kJ/kg
v_1' = 0,0578 m^3/kg
Si ottiene quindi:

$$\dot{m}' = \dot{m}\sqrt{\frac{p_1' v_1^0}{p_1^0 v_1'}}$$ = 10*((50*0,0188)/(165,91*0,0578))$^{1/2}$ = 10*0,313 = 3,13 kg/s[♦]

[§] E' possibile determinare il valore medio dell'esponente *k* nel campo di lavoro dell'ugello.
Per le condizioni nominali si consideri l'isoentropica dalle condizioni di monte alla pressione di scarico. Tramite il diagramma di Mollier si determina:
p_u = 20 bar: $i_{u_{is}}$ = 2780,38 kJ/kg; v_u = 0,0986 m^3/kg
Il valore di *k* deve soddisfare la relazione:

$$p_u v_u^k = p_1 v_1^k$$

da cui si ottiene $k = \dfrac{ln(p_1/p_u)}{ln(v_u/v_1)}$ = 1,275

Nelle nuove condizioni di funzionamento, dal Mollier si ricava:
p_u' = 6,03 bar: $i_{u_{is}}$' = 2708,07 kJ/kg; v_u' = 0,307 m^3/kg

e quindi $k' = \dfrac{ln(p_1'/p_u')}{ln(v_u'/v_1')}$ = 1,267

[♦] Se non si fosse trascurata l'influenza della variabilità di *k*, utilizzando l'espressione completa della portata in condizioni di adattamento, tenuto conto dell'influenza dell'esponente *k* sul valore di adattamento, si sarebbe ottenuto

$$\dot{m}' = \dot{m}\sqrt{\frac{p_1' v_1^0}{p_1^0 v_1'}\frac{f(k', p_2'/p^{0\prime})}{f(k, p_2/p^0)}}$$ = 3,13*(0,3505/0,3515) = 3,12 kg/s

con un errore relativo, in modulo, inferiore al 1%.

Esercizi sulla regolazione di impianti a vapore

17) Un impianto a vapore a recupero parziale è stato progettato per le seguenti condizioni di funzionamento:
-vapore prodotto dal generatore di vapore: 120 t/h a 40 bar e 400°C;
-turbina di alta pressione (AP): rendimento termodinamico interno $h_{J_{AP}}$ = 0.785, $(p_{k,crit})_{AP}$ = 4 bar;
-turbina di bassa pressione (BP): rendimento termodinamico interno $h_{J_{BP}}$ = 0.8, $(p_{k,crit})_{BP}$ = 0.2 bar;
-condensatore: pressione p_k= 0.1 bar;
-utenza termica: 70 t/h di vapore a 150°C.
Al fine di potenziare l'impianto, il generatore di vapore viene sostituito con un generatore in grado di fornire il vapore a 50 bar e 450°C. Mantenendo costanti la pressione di estrazione e quella di condensazione, calcolare la portata di vapore prodotta dal nuovo generatore, la nuova portata inviata all'utenza termica e la potenza erogata dall'impianto.
(Il dato $p_{k,crit}$ indica il valore di pressione allo scarico discriminante per cui la turbina in esame, con le assegnate condizioni di funzionamento, inizia a lavorare in campo critico. E' quindi possibile determinare se le due turbine lavorano in campo critico o in campo subcritico. Per la turbina BP il rapporto di espansione in condizioni nominali di funzionamento è immediatamente determinabile, mentre per la turbina AP è necessario valutare dapprima la pressione allo scarico. Tale pressione può essere ricavata, mediante calcolo iterativo, imponendo che il rendimento isoentropico di espansione sia pari al valore fornito e che la temperatura del vapore allo scarico della turbina sia di 150°C. Nell'impianto potenziato occorrerà calcolare i nuovi rapporti di espansione per verificare se il nuovo campo di lavoro delle due turbine è critico o subcritico. Per la turbina BP, poichè le pressioni di monte e di valle rimangono costanti, non cambia il campo di lavoro rispetto alle condizioni nominali, mentre per la turbina di AP il rapporto delle pressioni diminuisce e pertanto il campo di lavoro potrebbe essere diverso da quello nominale).

18) In condizioni di progetto, un impianto di turbina a vapore consuma 20 t/h di combustibile (H_i = 40 MJ/kg) producendo vapore a 500°C e 30 bar (η_b = 0.88). Al condensatore viene mantenuta una pressione pari a 0.1 bar e la turbina ha un rendimento termodinamico interno pari a 0.8 e $p_{k,crit}$ = 0.3 bar
Regolando l'impianto per laminazione all'ammissione della turbina, la portata di combustibile viene ridotta a 15 t/h. Supposti costanti il rendimento del generatore, quello della turbina, la pressione al generatore e quella al condensatore, calcolare la potenza fornita dall'impianto nelle nuove condizioni di lavoro ($h_0 \cong h_0'$ = 95).

19) Una turbina multistadio prevede un primo stadio ad azione, regolato per parzializzazione, ed una successione di stadi a reazione. Le condizioni nominali di funzionamento prevedono:
- stadio ad azione: grado di parzializzazione nullo, condizioni del vapore all'ammissione di 10 bar e 400°C, pressione del vapore allo scarico 4 bar, rendimento termodinamico interno h_q=0.7, portata $\dot{m}$ = 100 t/h;

- gruppo a reazione: pressione allo scarico 0.05 bar, rendimento termodinamico interno h_q =0.82, $p_{k,crit}$ =0.8 bar.

Si determini la pressione di scarico dello stadio ad azione, a parità di condizioni del vapore a monte e di pressione allo scarico dell'intera turbina, quando il grado di parzializzazione dello stadio ad azione viene portato a 0.3. Si calcoli inoltre la potenza della turbina nelle nuove condizioni, supponendo invariati i rendimenti termodinamici delle turbine ed il rendimento organico (h_o=0.96).

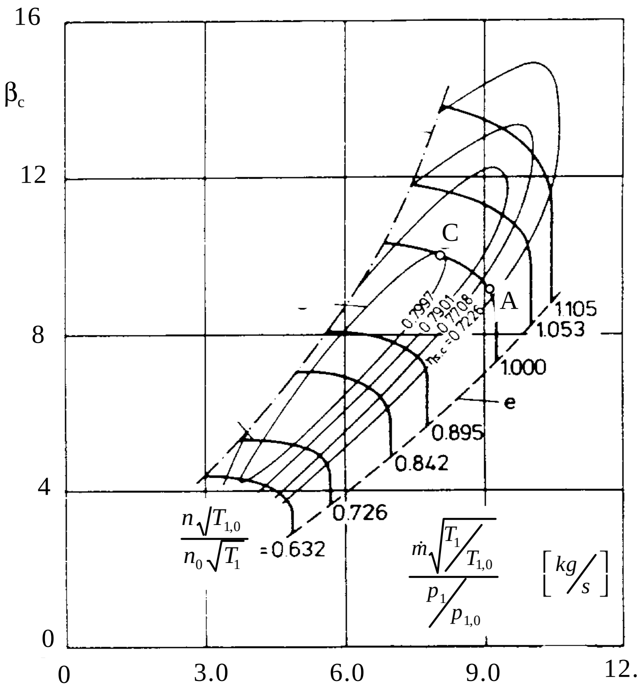
(Si noti che il rapporto di pressioni critico dello stadio ad azione è quello del solo distributore. Esso sarà quindi prossimo a 0.5 essendo il distributore schematizzabile come un insieme di ugelli posti in parallelo)

20) Una turbina a vapore multistadio in condizioni di progetto ha le seguenti caratteristiche:
- condizioni del vapore all'ammissione: 50 bar, 450°C e velocità trascurabile;
- condizioni del vapore allo scarico: p_k = 0.2 bar e $p_{k,crit}$ = 1 bar;
- portata di vapore: 100 t/h.

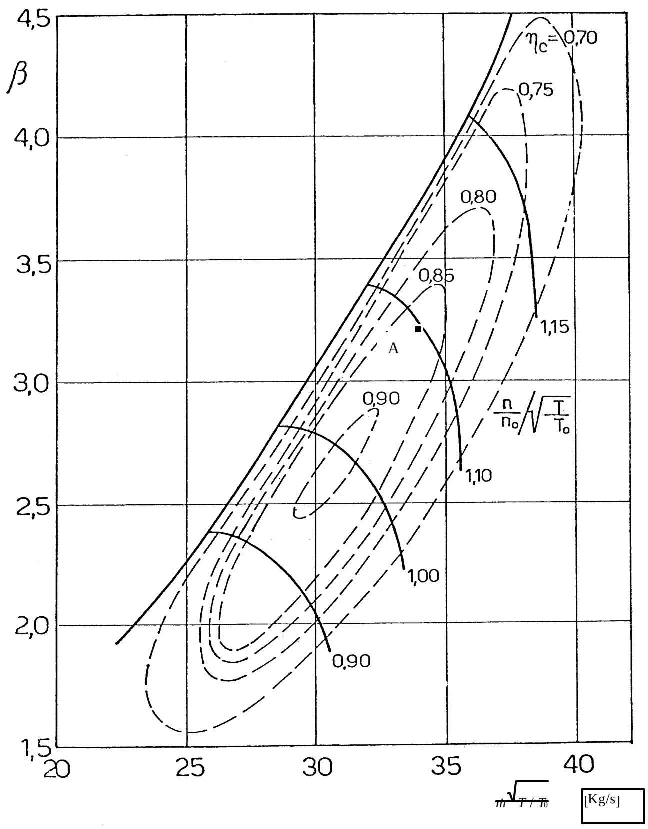
Calcolare la portata di vapore che attraversa la turbina qualora le condizioni del vapore all'ammissione divengano pari a 30 bar e 350°C e la pressione al condensatore sia di 10 bar.

Esercizi sui Turbocompressori centrifughi

21) Un turbocompressore presenta la caratteristica di funzionamento riportata in figura, costruita con riferimento alle condizioni ambiente $T_{1,0}$ = 300K e $p_{1,0}$ = 1 bar ed alla velocità di rotazione n_0 = 12000 giri/min.
Nel caso in esame il turbocompressore aspira aria dall'ambiente (T_1 = $T_{1,0}$ e p_1 = $p_{1,0}$) ed i suoi parametri di funzionamento corrispondono al punto A della caratteristica.
Mantenendo invariate le condizioni all'aspirazione, la portata mandata dal compressore viene ridotta sino al limite di pompaggio. Determinare la potenza interna e le nuove condizioni di funzionamento qualora il compressore venga regolato nei seguenti modi:
a) variazione del numero di giri;
b) laminazione alla mandata;
c) laminazione all'aspirazione.



22) Un compressore centrifugo è caratterizzato dalla caratteristica manometrica indicata a lato dove il punto A indica le condizioni di funzionamento del compressore. Note le condizioni all'aspirazione della macchina ($p_1 = p_0$ = 102 kPa, $T_1 = T_0$ = 288K), calcolare la potenza assorbita dal compressore in tali condizioni (h_m = 0,95).
Calcolare inoltre la potenza assorbita dal compressore qualora si effettui la regolazione per laminazione all'aspirazione in modo da ridurre la portata in massa a 32 kg/s, supponendo costanti la pressione nell'ambiente di mandata e la velocità di rotazione. Calcolare inoltre la temperatura dell'aria mandata dal compressore nelle due condizioni di funzionamento.



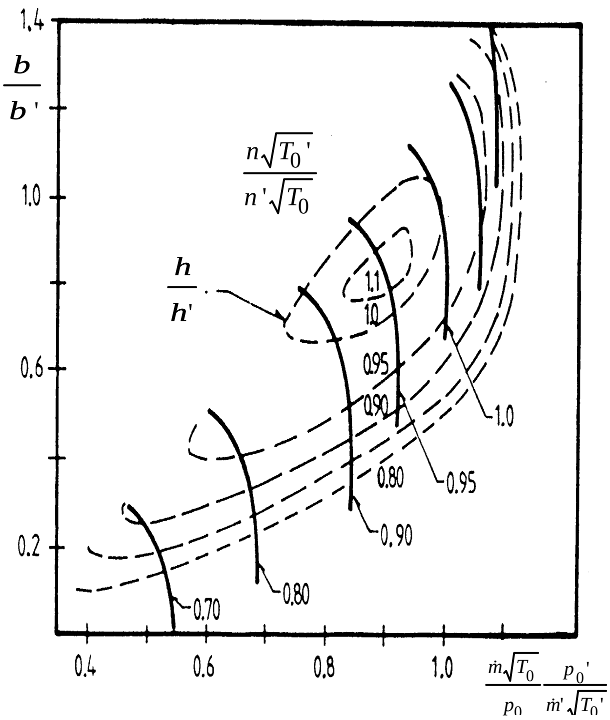
23) Si consideri un turbocompressore bistadio in cui ciascuno degli stadi presenta la caratteristica manometrica di figura. Tale caratteristica è stata costruita con riferimento alle condizioni ambiente di $T_0' = 300$ K e $p_0' = 1$ bar che coincidono con le condizioni a cui aspira il primo stadio. I valori di normalizzazione della caratteristica sono:

$$\eta' = 0{,}78; \quad \beta' = 3; \quad \dot{m}' = 5 \text{ kg/s}.$$

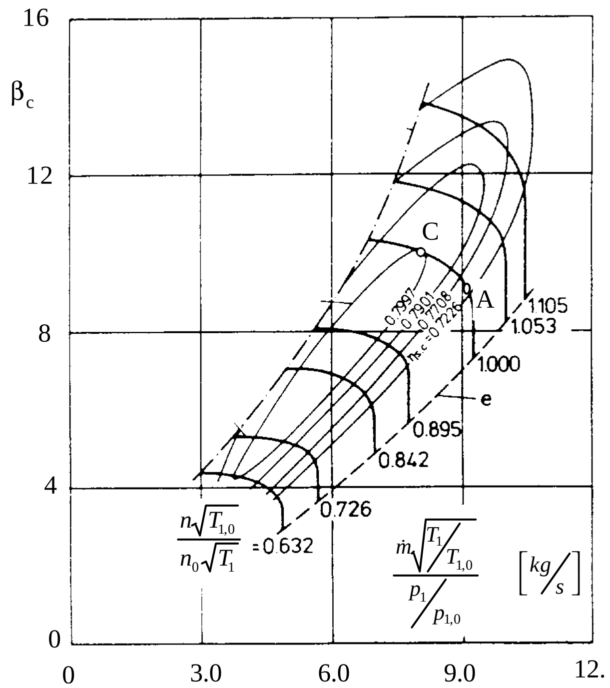
Sapendo che il primo stadio funziona con i seguenti parametri:

$$\frac{n}{n^*}\sqrt{\frac{T_0^*}{T_0}} = 1; \quad \frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{p_0}\frac{p_0'}{\dot{m}'\sqrt{T_0'}} = 1$$

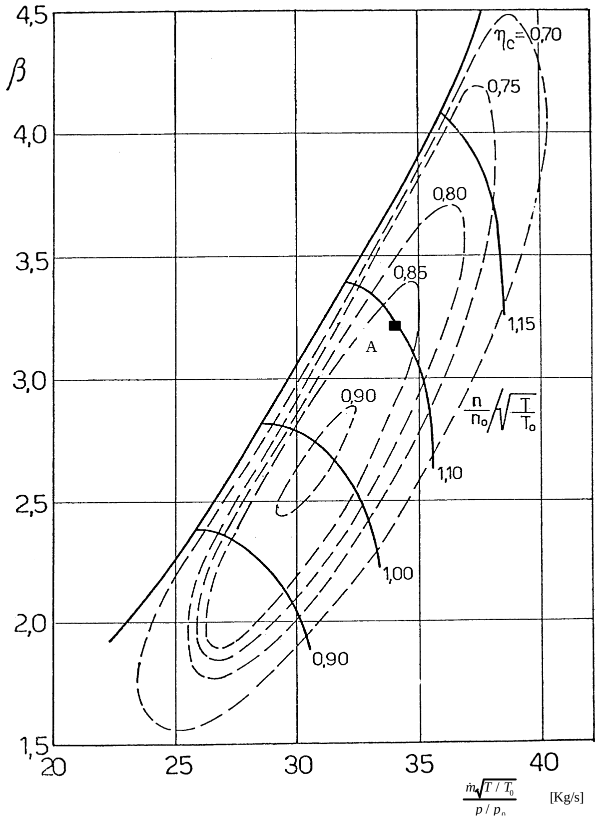
e che le velocità angolari dei due stadi coincidono, si determini il presumibile punto di funzionamento del secondo stadio.



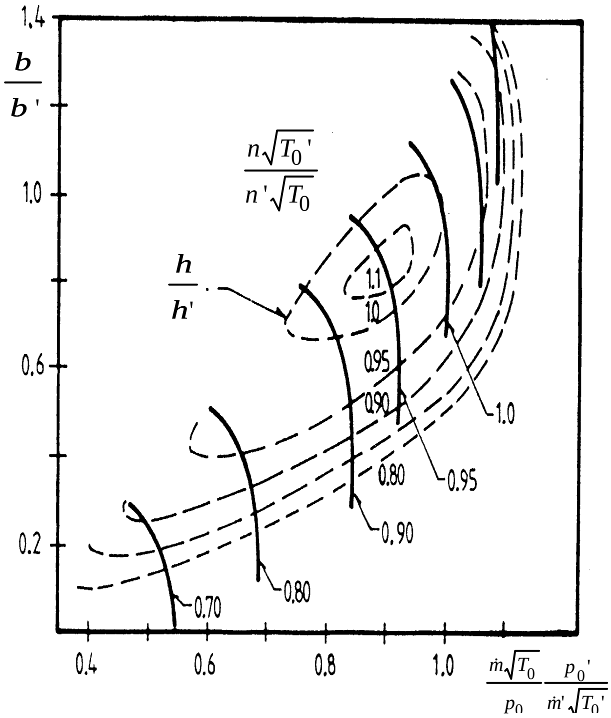
21)


16
βc
12
8
4
0
0
3.0
6.0
9.0
12.
C
A
0.7997
0.7901
0.7708
ηs,c =0.7226
1105
1.053
1.000
e
0.895
0.842
0.726
=0.632
[kg/s]

22)

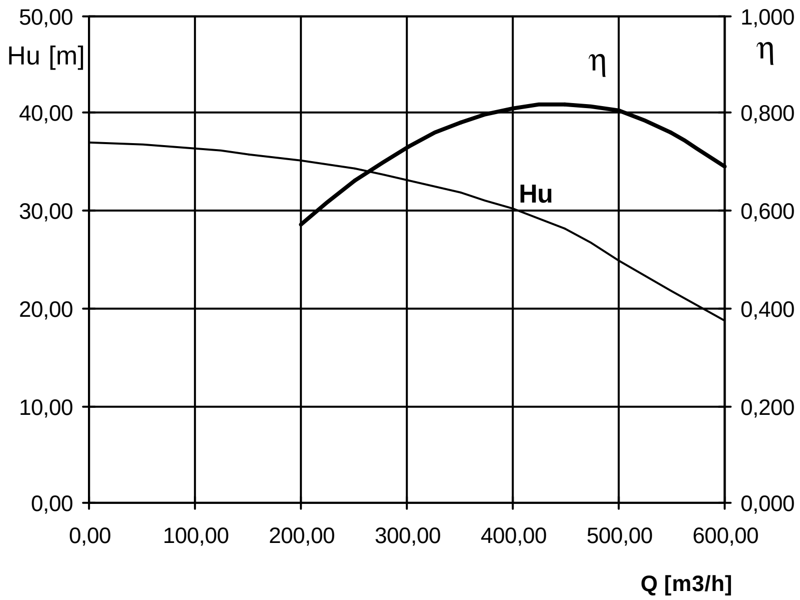

4,5
β
4,0
3,5
3,0
2,5
2,0
1,5
20
25
30
35
40
η_c=0,70
0,75
0,80
0,85
0,90
A
1,15
1,10
1,00
0,90
$\frac{n}{n_0}/\sqrt{\frac{T}{T_0}}$
$\frac{\dot{m}\sqrt{T/T_0}}{p/p_0}$
[Kg/s]

23)


1.4
$\frac{b}{b'}$
1.0
0.6
0.2
$\frac{n\sqrt{T_0'}}{n'\sqrt{T_0}}$
$\frac{h}{h'}$
1.1
1.0
0.95
0.90
0.80
0.70
0.80
0.90
0.95
1.0
0.4
0.6
0.8
1.0
$\frac{\dot{m}\sqrt{T_0}}{p_0}\frac{p_0'}{\dot{m}'\sqrt{T_0'}}$

Esercizi sulle turbopompe.

24) Una turbopompa, ruo-tando alla velocità di 2500 giri/min, presenta la caratteristica mano-metrica indicata a fianco. Essa viene impiegata per trasferire acqua tra due serbatoi i cui peli liberi sono posti ad una differenza di quota pari a 15 m. Si calcoli a quale velocità di rotazione la pompa dovrà ruotare affinchè la portata d'acqua da essa inviata si annulli. Facendo ruotare la pompa a tale velocità angolare, si determini la portata che la pompa è in grado di mandare qualora la prevalenza manometrica richiesta si riduca a 10 m.



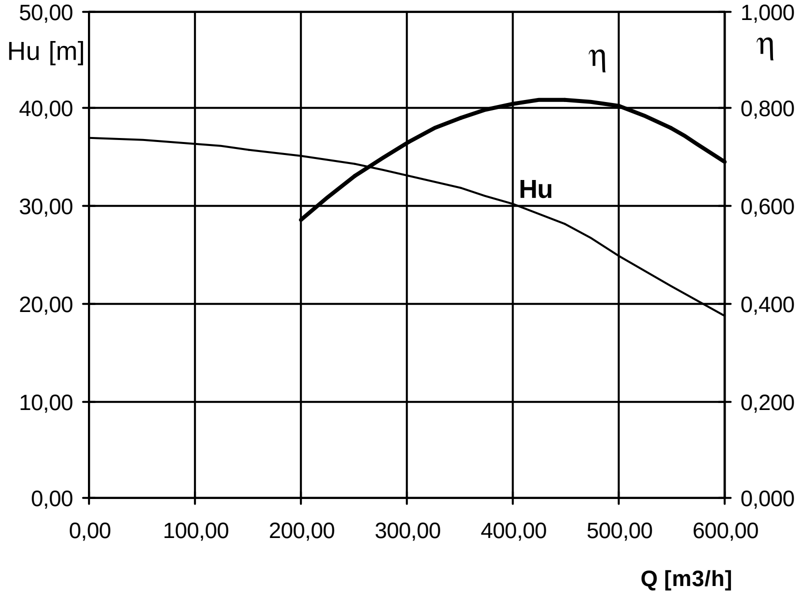
(La condizione di funzionamento indicata nella seconda parte dell'esercizio prevede ovviamente che la turbopompa venga installata in un altro circuito, in quanto in un circuito aperto la prevalenza manometrica è pari alla somma della prevalenza geodetica e delle perdite di carico nel circuito mentre la sola prevalenza geodetica del primo circuito è di 15 m).

25) Una pompa idraulica centrifuga, alla velocità di rotazione di 1450 giri/min, lavora in condizioni di massimo rendimento con prevalenza H_{u0} = 80 m e portata Q_0 = 2 m^3/s. Si vuole utilizzare tale pompa, facendola funzionare in condizioni di massimo rendimento, tra due serbatoi i cui peli liberi sono posti ad un dislivello Hg = 160 m. La tubazione utilizzata dà luogo ad una perdita di carico (perdite concentrate + perdite distribuite) di 1 m quando è attraversata da una portata di 1 m^3/s. Calcolare la velocità a cui far ruotare la pompa e la portata che essa invia.
(Si noti che il punto di funzionamento della pompa dovrà giacere sia sulla parabola che passa per l'origine ed il punto (Q_0, H_{u0}), in modo da garantire il funzionamento in similitudine con il punto a massimo rendimento a n = 1450 giri/min, sia sulla parabola che rappresenta la caratteristica esterna H_g+kQ^2).

26) Una pompa centrifuga monostadio deve far circolare 80 l/s di acqua in un circuito che richiede una prevalenza di 20 m. La pompa prescelta ha un diametro della bocca di aspirazione di 18 cm e funziona a 1600 giri/min con rendimento η_y = 0.80. Calcolare la potenza assorbita dalla pompa (η_m = 0.97) ed il numero di giri caratteristico. Sapendo che la temperatura dell'acqua di aspirazione è di 40°C e che, per le condizioni di funzionamento indicate, il costruttore assegna un $NPSH_{min}$ = 6.5 m, calcolare la pressione minima all'ingresso della pompa affinchè questa non caviti.
(Per determinare la condizione limite di cavitazione occorre conoscere la tensione di

vapore dell'acqua nelle condizioni di funzionamento (40°C). Occorrerà quindi utilizzare le tabelle delle curve limiti del vapore, ed in particolare i dati relativi alla curva limite inferiore).

24)



Esercizi sugli impianti di turbine a gas.

27) Un impianto di turbina a gas a ciclo chiuso rigenerativo della potenza utile di 10 kW (η_m = 0,97) utilizza come fluido l'argon (μ = 40 kg/kmole; k = 1.67). La potenza termica complessivamente fornita al fluido dall'esterno ammonta a 57,8 kW. Sono note le temperature estreme del ciclo: ingresso compressore t_1 = 100°C, uscita dal compressore t_2 = 213°C, ingresso in turbina t_3 = 795°C ed uscita dalla turbina t_4 = 639°C. Determinare la portata di gas, l'efficacia del rigeneratore ed il rendimento utile dell'impianto. Si determinino inoltre i rendimenti isoentropici del compressore e della turbina sapendo che il rapporto di compressione è β_c = 1.7 e che il rapporto di espansione si riduce a $\beta_t = 0.95\beta_c$ a causa delle cadute di pressione negli scambiatori di calore.

28) Calcolare il lavoro massico ed il rendimento globale di un ciclo di turbina a gas, reale, rigenerativo, che in condizioni ambiente standard (20°C e 760 mmHg) presenta le seguenti caratteristiche:

β_c = 5; T_3 = 1250 K, $\eta_{yc} = \eta_{yt}$ = 0,85; η_{ps} = 0,97; η_{pb} = 0,98; η_b = 0,98; η_0 = 0,96; R_s = 0,80

Si assuma: potere calorifico inferiore del combustibile H_i = 42.7 MJ/kg, capacità termica massica media dei reagenti c_p = 1046.5 J/kgK, costante elastica dei reagenti R = 287.2 J/kgK, capacità termica massica media dei gas combusti c_p' =1172.0 J/kgK e costante elastica dei gas combusti R' = 288.8 J/kgK.

29) Un impianto di turbina a gas a ciclo aperto con compressione interrefrigerata uniforme presente in condizioni ambiente standard le seguenti caratteristiche:

β_c = 13; T_3 = 1350 K, $\eta_{yc} = \eta_{yt}$ = 0,86; η_{pb} = 0,97; η_b = 0,96; η_0 = 0,97

Si determini il rendimento del ciclo assumendo per semplicità: cadute di pressioni trascurabili negli scambiatori di calore e $(1+\alpha)/\alpha \cong 1$.

Determinare infine l'aumento del rendimento del ciclo qualora si introduca la rigenerazione con R_s=0.70.
(c_p = 1050 J/kgK, R = 287.2 J/kgK, c_p' = 1180 J/kgK, R'=288.8 J/kgK)

30) Un impianto di turbina a gas a ciclo semplice aperto funziona con le seguenti caratteristiche:

p_1 = 1 bar; T_1 = 300 K; β_c = 8; T_3 = 1200 K, η_{yc} = 0,85; $\eta_{t_{is}}$ = 0,88; η_{pb} = 1;

η_b = 0,97; η_m = 0,97; H_i = 42,7 MJ/kg

Calcolare la portata di aria necessaria per una potenza utile di 10 MW ed il rendimento globale dell'impianto.
Riducendo per laminazione la pressione alla bocca di aspirazione del compressore al valore di 0.7 bar, mantenendo invariato il rapporto di compressione e la temperatura di ingresso alla turbina, calcolare la nuova potenza ed il nuovo rendimento globale dell'impianto supponendo invariati i vari rendimenti.

Esercizi sui motori a combustione interna

31) Un motore a carburazione 4T, avente cilindrata totale iV = 1800 cm^3, presenta a 4500 giri/min in condizioni ambiente standard (20°C e 760 mm_{Hg}) le seguenti caratteristiche: potenza utile P_u = 89.3 CV, pressione media indicata p_{mi} = 12.4 kg/cm^2, consumo specifico q_b = 227 g/CVh, rapporto aria-combustibile α =13, rendimento del ciclo limite η_{lim} = 0.39.

    Valutare il coefficiente di riempimento λ_v ed il rendimento termodinamico interno η_{θ_i} del motore in tali condizioni. Si valuti inoltre il coefficiente di riempimento e la potenza fornita nelle condizioni ambiente di 1.012 bar e 30°C, assumendo in prima approssimazione il consumo specifico costante (potere calorifico inferiore del combustibile H_i = 44 MJ/kg).

32) Un motore automobilistico a quattro tempi ad accensione comandata fornisce a pieno carico e in condizioni ambiente standard una potenza utile di 50 kW alla velocità di rotazione di 4200 giri/min. In tali condizioni il motore presenta un consumo specifico di combustibile di 285 g/kWh. Sapendo che il coefficiente di riempimento vale 0.80, e che a 3000 giri/min il suo valore sale a 0.85 mentre il consumo specifico si riduce a 275 g/kWh, determinare potenza e coppia del motore, sempre a pieno carico, nelle nuove condizioni di funzionamento, nonchè il valore della portata in massa di combustibile.

33) Dalle prove effettuate al banco su un motore alternativo 4T ad accensione comandata di cilindrata complessiva iV = 1200 cm^3 è stata misurata una coppia all'albero di 79.7 Nm a 4950 giri/min. Il tempo necessario al motore per consumare un volume V_b=150 cm^3 di benzina è risultato essere di 0.534 min. Sapendo che la densità massica del combustibile è pari a 0.739 kg/dm^3, determinare la potenza erogata dal motore nelle condizioni di prova, la pressione media effettiva ed il consumo specifico del motore.
    Determinare inoltre la potenza fornita ed il consumo specifico nelle condizioni ambiente standard sapendo che le prove sono state condotte in un ambiente a 24°C e 744 mm_{Hg}.

Risultati esercizi sulla regolazione di impianti a vapore

17)
$\dot{m}_{AP}$ = 40.16 kg/s
$\dot{m}_{U}$ = 26.58 kg/s
P_i = 26.60 MW

18)
P_i = 40.34 MW

19)
p_H = 2.7 bar
P_i = 15.62 MW

20)
$\dot{m}$ = 17.05 kg/s

Risultati esercizi sui turbocompressori centrifughi

21)
a) $\dot{m}$ = 6.28 kg/s, P_i = 2105.6 kW
b) $\dot{m}$ = 6.94 kg/s, P_i = 2553.9 kW
c) $\dot{m}$ = 6.07 kg/s, P_i = 2234.8 kW

22)
P_a = 4704.7 kW
P_a' = 4783 kW
T_2' = 429.48 K

23)
Il secondo stadio è in pompaggio.

Risultati esercizi sulle turbopompe

24)
n = 1587.5 giri/min
Q = 317.5 m^3/h

25)
n = 2103.9 giri/min
Q = 2.90m^3/s

26)
P_a = 20.2 kW
n_c = 198.3 giri/min
p_{1min} = 0.662 bar

Risultati esercizi sugli impianti di turbine a gas

27)
$\dot{m}$ = 0.463 kg/s
R_s = 0.80
h_u = 0.173
h_c = *0.783*
h_t = *0.835*
28)
L_u = 189.32
h_g = *0.368*

29)
h_g = *0.303*
h_g' = *0.415*

30)
$\dot{m}$ = 58.15 kg/s
h_g = 0.274
P_u' = 4482.8 kW
h_g' = *0.176*

Risultati esercizi sui motori a combustione interna

31)
l_v = 0.90
$h_{\theta i}$ =0.849
l_v' = 0.915
P_u' =64.5 kW

32)
P_u = 39.35 kW
C_u = 113.7 Nm
$\dot{m}_b$ = $3.01 \cdot 10^{-3}$ kg/s

33)
P_u = 41.31 kW
p_{me} = 8.35 bar
q_b = 301.48 g/CVh
P_{u0} = 42.49 kW
q_{b0} = 301.48 g/CVh

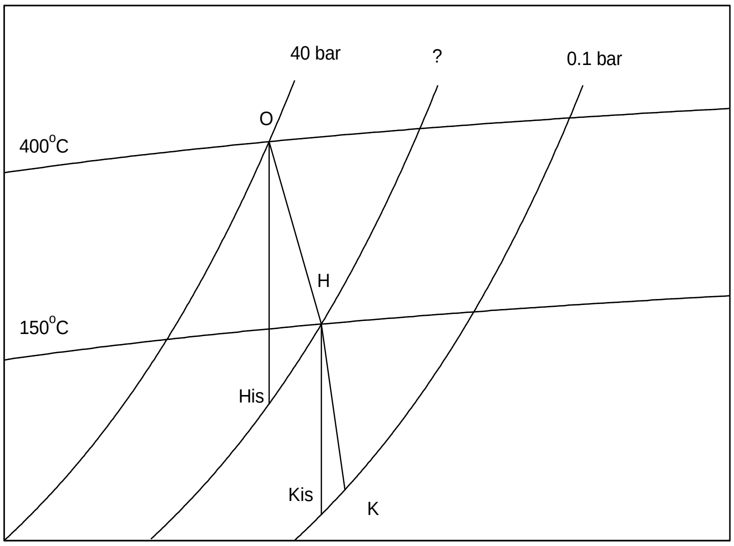
Esercizi su regolazione di impianti di turbina a vapore

17. Sul diagramma di Mollier si trova il punto O, a 40 bar e 400 gradi C, e si legge $i_O = 3215.7$ kJ/kg e $v_O = 0.0734$ m^3/kg. Scelta un'isobara di tentativo con pressione p_H, si legge, sulla verticale di O, il valore di i_{His}. Si calcola $i_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i_{His})$, ed individuato il corrispondante punto sul diagramma di Mollier, note l'entalpia e la pressione, si legge la temperatura t_H. Se questa risulta maggiore della temperatura prescritta di 150° C si sceglie una pressione di tentativo minore (e viceversa) fino a trovare la pressione che porta ad avere $t_H = 150°$ C. Ciò avviene per $p_H = 3$ bar, con $v_H = 0.634$ m^3/kg e $i_H = 2760.75$ kJ/kg . Sul diagramma di Mollier, sulla verticale di H a $p_K = 0.1$ bar si legge $i_{Kis} = 2242.4$ kJ/kg da cui si ricava $i_K = i_H - \eta_{BP}(i_H - i_{Kis}) = 2346.1$ kJ/kg

    Si verifica che le due turbine siano critiche prima del cambio del generatore:
    $p_H/p_O = 3/40 < (p_H/p_O)_{\text{critico}} = 4/40$ e quindi AP è critica:
    $p_K/p_H = 0.1/3 < (p_K/p_H)_{\text{critico}} = 0.2/3$ e quindi BP è critica.

    Indicando con l'apice ' le condizioni dopo il cambio del generatore, sul diagramma di Mollier si trova il punto O', note temperatura e pressione, e si legge $i'_O = 3316.5$ kJ/kg e $v'_o = 0.0632$ m^3/kg. La turbina di AP è ancora critica, essendo $p'_H/p'_O = 3/50 < (p_H/p_O)_{\text{critico}} = 4/40$ e quindi la nuova portata della turbina di alta pressione è $\dot{m}'_{AP} = \dot{m}_{AP}\sqrt{p'_O/p_O \cdot v_O/v'_O} = 144.6$ t/h.

    Sulla verticale di O' alla pressione $p'_H = 3$ bar si legge $i'_{His} = 2655.8$ kJ/kg e con la stessa espressione utilizzata per il calcolo di i_H si determina $i'_H = 2798.1$ kJ/kg. Trovato il punto H' sul diagramma di Mollier si legge $v'_H = 0.663$ m^3/kg. La turbina di BP è ancora critica (le pressioni da ammissione e scarico non cambiano) e quindi $\dot{m}'_{BP} = \dot{m}_{BP}\sqrt{p'_H/p_H \cdot v_H/v'_H} = 48.9$ t/h. La portata all'utenza termina è $\dot{m}'_u = \dot{m}'_{AP} - \dot{m}'_{BP} = 95.7$ t/h. Dopo aver letto sul diagramma di Mollier $i'_{Kis} = 2270.0$ kJ/kg e trovato come in precedenza il valore di $i'_K = 2375.6$ kJ/kg, si determina la potenza dell'impianto con il nuovo generatore $P' = \dot{m}'_{AP}(i'_O - i'_H) + \dot{m}'_{BP}(i'_H - i'_K) = 26.6$ MW



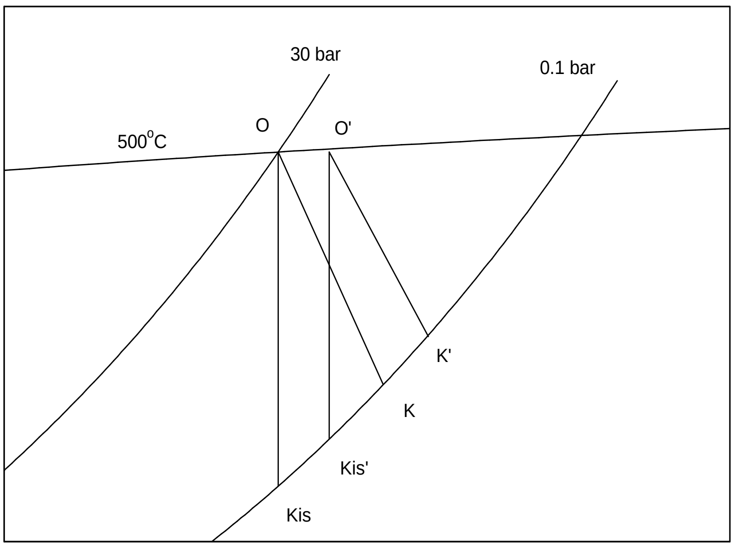
18. Si individuano i punti significativi sul diagramma di Mollier: a 30 bar e 500° C il punto O con $i_O = 3456.2$ kJ/kg e $v_O = 0.116$ m^3/kg; sulla verticale di O a 0.1 bar il punto Kis, con $i_{Kis} = 2292.4$ kJ/kg, da cui si ricava $i_K = i_O - \eta(i_O - i_{Kis}) = 2525.2$ kJ/kg. Da tabelle delle proprietà dell'acqua si legge l'entalpia del punto L, corrispondente alle condizioni di liquido saturo a 0.1 bar $i_L = 191.8$ kJ/kg.

    Scrivendo l'equazione della combustione prima e dopo la regolazione (condizioni indicate con l'apice ')
    $\eta_b \dot{m}_b H_i = \dot{m}(i_O - i_L)$ e
    $\eta_b \dot{m}'_b H_i = \dot{m}'(i'_O - i'_L)$
    si ricava $\dot{m}'/\dot{m} = \dot{m}'_b/\dot{m}_b H_i = 0.75$ essendo $i_O = i'_O$ a seguito della laminazione isentalpica e $i_L = i'_L$ per ipotesi.

    La turbina è critica nelle condizioni di progetto essendo $p_K < (p_K)_{\text{critico}}$. Supponendo che la turbina sia ancora critica dopo la regolazione (ipotesi da verificare a posteriori) si ha

$$\frac{\dot{m}'}{\dot{m}} = \frac{p'_O}{p_O}\sqrt{\frac{p_O v_O}{p'_O v'_O}} \approx \frac{p'_O}{p_O}$$

    essendo il prodotto pv approssimativamente cosatante in una laminazione. Si ricava quindi $p'_O = 0.75 p_O = 22.5$ bar e si verifica la criticità della turbina, confermata essendo $p'_K/p'_O = 0.1/22.5 < (p_K/p_O)_{\text{critico}} = 0.3/30$. Si trova quindi sulla verticale di O' il punto Kis'; si legge $i'_{Kis} = 2333.9$ kJ/kg e si determina $i'_K = i'_O - \eta(i'_O - i'_{Kis}) = 2558.3$ kJ/kg. Dall'equaione della combustione si ricava quindi la portata $\dot{m}' = \eta_b \dot{m}'_b H_i/(i'_O - i'_L) = 44.93$ kg/s e poi la potenza interna $P'_i = \dot{m}'(i'_O - i'_K) = 40.3$ MW. Si noti che a causa della diminuzione del salto entalpico in turbina ($i'_O = i_O$ ma $i'_K > i_K$) la diminuzione di potenza è percentualmente maggiore rispetto alla diminuzione di portata di vapore e di combustibile, con un peggioramento del rendimento.

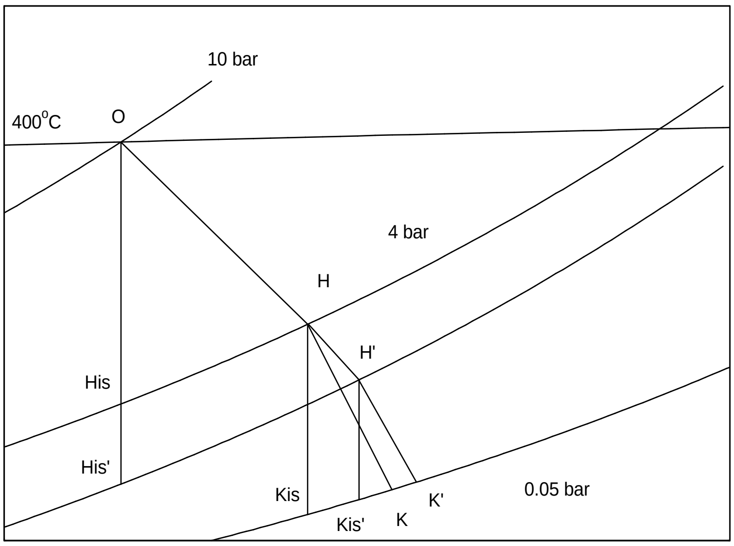


19. Sul diagramma di Mollier si trova il punto O, a 10 bar e 400 gradi C, e si legge $i_O = 3264.4$ kJ/kg e $v_O = 0.306$ m^3/kg. Sulla verticale di O a 4 bar si legge il valore di $i_{His} = 3010.7$ kJ/kg. Si calcola quindi $i_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i_{His}) = 3086.84$ kJ/kg ed individuato il punto H sul diagramma di Mollier si legge $v_H = 0.666$ m^3/kg. Sulla verticale di H a 0.05 bar si trova il punto Kis e si legge $i_{Kis} = 2318.4$ kJ/kg da cui si ricava $i_K = i_H - \eta_{BP}(i_H - i_{Kis}) = 2456.8$ kJ/kg.

    Un singolo stadio ad azione, come la turbina di alta pressione in esame, è certamente critico se il valore di p_H/p_O è inferiore al rapporto critico di un ugello semplicemente convergente $[2/(k+1)]^{k/(k-1)}$ che, per il vapore acqueo, è di poco superiore a 0.5. Nel caso in esame $p_H/p_O = 0.4$ e quindi la turbina AP è critica. Indicando con ε il grado di parzializzazione, non variando le condizioni all'ammissione, si ha che la portata dopo la regolazione (apice ') è $\dot{m}' = (1-\varepsilon)\dot{m} = 70$ t/h.

    Poiché nelle condizioni di progetto $p_K < (p_K)_{\text{critico}}$ la turbina BP è, in queste condizioni, critica. Essa smaltisce la stessa portata della turbina AP e supponendo che la turbina BP sia critica anche dopo la regolazione, deve valere la relazione $\dot{m}' = \dot{m}\sqrt{p'_H/p_H \cdot v_H/v'_H}$, che permette di ricavare p'_H (e v'_H) con il seguente procedimento iterativo: scelta una pressione di tentativo p'_H (ad esempio $p'_H = p_H \dot{m}'/\dot{m}$), si legge, sulla verticale di O il valore di i'_{His}; si calcola $i'_H = i_O - \eta_{AP}(i_O - i'_{His})$, ed individuato il corrispondante punto sul diagramma di Mollier, note l'entalpia e la pressione, si legge il volume specifico v'_H e si determina $\dot{m}'$; se il valore ottenuto è maggiore del valore richiesto pari a 70 t/h è necessario scegliere una pressione minore, e viceversa. Il risultato ottenuto è $p'_H = 2.7$ bar, $i'_H = 3021.4$ kJ/kg e $v'_H == 0.931$ m^3/kg e si può verificare che la trubina di bassa pressione rimane effettivamente critica dopo la regolazione, essendo $p'_K/p'_H = 0.05/2.7 < (p_K/p_H)_{\text{critico}} = 0.8/4$.

    Individuato H' sul diagramma di Mollier, sulla sua verticale a 0.05 bar si determina il punto Kis', leggendo $i'_{Kis} = 2338.1$ bar da cui si ricava $i'_K = i'_H - \eta_{BP}(i'_H - i'_{Kis}) = 2461.1$ kJ/kg. La potenza interna dell'impianto dopo la regolazione è perciò $P'_i = \dot{m}'(i_O - i'_K) = 15.6$ MW.



20. Si individuano i punti significativi sul diagramma di Mollier: a 50 bar e 450° C il punto O con $i_O = 3316.3$ kJ/kg e $v_O = 0.0633$ m^3/kg; a 30 bar e 350° C il punto O' con $i'_O = 3114.8$ kJ/kg e $v'_O = 0.0905$ m^3/kg

    In condizioni di progetto $p_K/p_O = 0.2/50 < (p_K/p_O)_{\text{critico}} = 1/50$ e quindi la turbina è critica; cambiando le condizioni all'ammissione si ha invece $p'_K/p'_O = 10/30 > (p_K/p_O)_{\text{critico}} = 1/50$ e quindi la turbina NON è più critica dopo la regolazione. Adottando l'approssimazione ellittica della portata si ha che, per valori di $p_K/p_O > (p_K/p_O)_{\text{critico}}$, si può scrivere

$$\left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_{\text{critica}}}\right)^2 + \left(\frac{p_K/p_O - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}{1 - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}\right)^2 = 1$$

    Nel caso in esame (condizioni ') si ricava

$$\dot{m}' = \dot{m}'_{\text{critica}} \sqrt{1 - \left(\frac{p'_K/p'_O - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}{1 - (p_K/p_O)_{\text{critico}}}\right)^2} = 17.05\text{kg/s}$$

    con la portata critica nelle nuove condizioni data da $\dot{m}'_{\text{critica}} = \dot{m}_{\text{critica}} \sqrt{p'_O/p_O \cdot v_O/v'_O} =$ 64.8 t/h = 18 kg/s (mentre la portata critica nelle vecchie condizioni $\dot{m}_{\text{critica}}$ coincide con $\dot{m} = 100$ t/h, essendo la turbina critica)

Esercizi su compressori di gas

21. Noto il punto di funzionamento A sulla caratteristica del compressore si leggono i valori di progetto:
$\dot{m}\sqrt{T_1/T_{10}}/(p_1/P_{10}) = 9.15$ kg/s, $\beta_c = 9.1$, $\eta_c = 0.73$. Poiché $p_1 = p_{10}$ e $T_1 = T_{10}$ la portata coincide con la portata corretta $\dot{m} = 9.15$ kg/s. Il lavoro di compressione è $L_c = C_p T_1[\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 363$ kJ/kg e la potenza interna $P_i = \dot{m}L_c = 3.32$ MW.

    La regolazione "industriale" prevede di variare la portata mantenedo costanti le condizioni di aspirazione, quindi $p_a = p_{10}$ e $T_a = T_{10}$, e di mandata, $p_m = (\beta_c)_{\text{progetto}} p_a = 9.1$ bar.

    Regolazione per variazione del numero di giri (apice '):
non intervenevdo sulle pressioni si ha che $p_1' = p_a$ e $p_2' = p_m$ (oltre a $T_1' = T_a$) ed il rapporto di compressione non cambia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova quindi dove la linea orizzontale $\beta_c = 9.1$ interseca la linea del pompaggio. Si leggono quindi $\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_{10}}/(p_1'/p_{10}) = 6.28$ kg/s, $\beta_c' = 9.1$, $\eta_c' = 0.79$, da cui $\dot{m}' = 6.28$ kg/s, $L_c' = 335.4$ kJ/kg e $P_i' = 21.1$ MW.

    Regolazione per laminazione alla mandata (apice "):
non intervenevdo all'aspirazione si ha $p_1'' = p_a$ (oltre a $T_1'' = T_a$) ed essendo a giri costanti $n''\sqrt{T_{10}/T_1''}/n_0 = 1$, cioè il numero di giri corretto non varia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova quindi dove la caratteristica $n\sqrt{T_{10}/T_1}/n_0 = 1$ interseca la linea del pompaggio. Si leggono quindi $\dot{m}''\sqrt{T_1''/T_{10}}/(p_1''/p_{10}) = 6.94$ kg/s, $\beta_c'' = 10.41$, $\eta_c'' = 0.78$, da cui $\dot{m}'' = 6.94$ kg/s $L_c'' = 368.2$ kJ/kg e $P_i'' = 25.5$ MW.

    Regolazione per laminazione all'aspirazione (apice "'):
per un gas ideale la laminazione è isoterma ($T_1''' = T_a$) ed essendo a giri costanti il numero di giri corretto $n'''\sqrt{T_{10}/T_1'''}/n_0 = 1$ non varia rispetto alle condizioni di progetto; il punto di funzionamento corrispondente alla minima portata si trova ancora dove la caratteristica $n\sqrt{T_{10}/T_1}/n_0 = 1$ interseca la linea del pompaggio, e coincide con quello del caso precedente. Si leggono ancora $\dot{m}'''\sqrt{T_1'''/T_{10}}/(p_1'''/p_{10}) = 6.94$ kg/s, $\beta_c''' = 10.41$, $\eta_c''' = 0.78$, ma ora $\dot{m}''' = 6.07$ kg/s (essendo ora $p_1''' = p_1\beta_c/\beta_c''' \neq p_{10}$), $L_c''' = 368.2$ kJ/kg e $P_i''' = 22.3$ MW.

22. Noto il punto di funzionamento A sulla caratteristica del compressore si leggono i valori di progetto:
$\dot{m}\sqrt{T/T_0}/(p/P_0) = 33.9$ kg/s, $\beta_c = 3.2$, $\eta_c = 0.865$. Poiché $p_1 = p_0$ e $T_1 = T_0$ la portata coincide con la portata corretta $\dot{m} = 33.9$ kg/s. Il lavoro di compressione è $L_c = C_p T_1[\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 131.84$ kJ/kg e la potenza assorbita $P_a = \dot{m}L_c/\eta_m = 4.7$ MW; la temperatura di mandata è $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 419.2$ K.

    La determinazione del punto di funzionamento nel caso di laminazione all'aspirazione è complicata dalla mancata conoscenza del valore di p_1' dopo la regolazione, che impedisce, nota la portata, di determinare la portata corretta (essa invece coinciderebbe con la portata nel caso di variazione del numero di giri o di laminazione alla mandata). Considerando però la necessita di mantenere invariate le pressioni nell'ambiente di aspirazione ($p_a = p_1 = p_0$) e mandata ($p_m = \beta_c p_1 = \beta_c' p_1'$) e che $T_1 = T_1'$ (laminazione isoterma) si puo' scrivere

$$\frac{\beta_c'}{\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_0}/(p_1'/p_0)} = \frac{\beta_c\, p_1/p_1'}{\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_0}/(p_1'/p_0)} = \frac{\beta_c}{\dot{m}'\sqrt{T_1/T_0}/(p_1/p_0)}$$

Questa relazione permette di individuare graficamente il nuovo punto di funzionamento di coordinate $\dot{m}'\sqrt{T_1'/T_0}/(p_1'/p_0)$, β_c' all'intersezione tra la curva a numero di giri caratteristico $n'\sqrt{T_1'/T_0}/n_0 = n\sqrt{T_1/T_0}/n_0 = 1.1$ (cioè quella passante per il punto di progetto) e la retta che passa per l'origine $\dot{m}\sqrt{T/T_0}/(p/p_0) = 0$, $\beta_c' = 0$ (trovata prolungando opportunamente gli assi) ed il punto di coordinate $\dot{m}'\sqrt{T_1/T_0}/(p_1/p_0) = 32$ kg/s, $\beta_c = 3.2$. Si possono quindi leggere $\beta_c' = 3.31$ e $\eta_c' = 0.83$ (si noti che ora la portata non coincide più con la portata corretta). Il lavoro di compressione è $L_c' = 142.12$ kJ/kg e la potenza assorbita $P_a = \dot{m}L_c/\eta_m = 4.8$ MW; la temperatura di mandata è $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 429.5$ K.

23. Trovato il punto di funzionamento del primo compressore, essendo noti portata corretta e numero di giri corretto, si leggono $\beta_c = 2.79$, $\dot{m} = 5$ kg/s e $\eta_c = 0.78$. Si ha quindi $L_c = C_pT_1[\beta_c^{(k-1)/k} - 1]/\eta_c = 131.6$ kJ/kg e la temperatura di mandata è $T_2 = T_1 + L_c/C_p = 431$ K. Per il secondo compressore $n^* = n$, $\dot{m}^* = \dot{m}$, $p_1^* = p_2 = p_1\beta_c$ e $T_1^* = T_2$. È quindi immediato ricavare i valori di portata corretta e numero di giri corretto per il secondo compressore

$$\frac{\dot{m}^*\sqrt{T_1^*}}{p_1^*}\frac{\dot{m}'\sqrt{T_0'}}{p_0'} = 0.43$$

$$\frac{n^*\sqrt{T_1'}}{n'\sqrt{T_1^*}} = 0.834$$

da cui si deduce che il secondo compressore è in pompaggio.

Si noti che si è continuato ad indicare con il pedice 1 (anziché 0, come in figura) i valori all'aspirazione

Esercizi su turbopompe

24. A $n = 2500$ rpm si rileva dalla caratteristica in figura che la portata si annulla ($Q = 0$) per $H_u = 37.2$ m. In condizioni di similitudine (ovvia, se $Q' = Q = 0$) si ha $H'_u/H_u = (n'/n)^2$; essendo $H'_u = 15$ m (in assenza di portata non si hanno perdite nei condotti), si ottiene $n' = 1587.5$ rpm.

    A $n = 1587.5$ rpm si vuole ora $H_u = 10$ m; in condizioni di similitudine, a $n' = 2500$ rpm si avrebbe $H'_u = H_u n'/n = 24.8$ m, e dalla caratteristica manometrica si legge $Q' = 500$ m^3/h e $\eta' = 0.8$; quindi, per la similitudine, $Q = Q'n/n' = 317.5$ m^3/h

25. La prevalenza utile data dalla pompa è $H_u = H_g + Y$, con perdite nei condotti $Y = kQ^2$; poiché $Y = 1$m se $Q = 1\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$, si ha che $k = 1\mathrm{s}^2/\mathrm{m}^5$.

    Le due condizioni di funzionamento hanno rendimento massimo e sono quindi in similitudine; si ottiene perciò'equazione di secondo grado in n
    $H_u = 160 + kQ^2 = 160 + k(Q_0 n/n_0)^2 = H_{u0}(n/n_0)^2$,
    che dà $n = 1.451 n_0 = 2103.9$ rpm; si calcolano poi $H_u = 168.42$ m e $Q = 2.902$ m^3/s

26. La potenza assorbita è $P = \rho Q g H_u/(\eta_y \eta_v \eta_m) = 20.2$ kW; il numero di giri caratteristico $n_c = n\sqrt{P}/H_u^{5/4} = 198.35$ rpm, dove P è espressa in cavalli $(20200/(9.81 \cdot 75) = 27.45$ CV) e H_u in metri.

    Il battente netto positivo all'aspirazione è $NPSH_{\text{pompa}} = (c_1^2 + \lambda w_1^2)/(2g) = h_0$; per non avere cavitazione dev'essere $NPSH_{\text{circuito}} = (p_a - p_v)/(\rho g) - z_1 - L_{wc1}/g > h_0$. Applicando il primo principio in forma mista tra l'ambiente d'aspirazione e l'ingresso della pompa si ottiene $p_1/\rho + c_1^2/2 + gz_1 + L_{wc1} = p_a/\rho$, che sostituita nella disequazione precedente dà $(p_1 - p_v)/(\rho g) + c_1^2/(2g) > h_0$. La pressione di vapore a 40 gradi $p_v = 0.074$ bar, mentre la velocità in ingresso alla pompa è $c_1 = Q/(\pi d^2/4) = 3.14$ m/s. Risolvendo si ha $p1/(\rho g) > 6.75$ m, valore che corrisponde alla pressione minima per non avere cavitazione.

Esercizi su impianti di turbina a gas

Nomenclatura:
punto 1 ingresso compressore
2 uscita compressore
5 uscita gas compressi dal rigeneratore (se presente)
3 ingresso turbina
4 uscita turbina
6 uscita gas scarico turbina dal rigeneratore (se presente)

27. Argon: $R = R^*/\mu = 8314/40 = 207.85$ J/kg/K
$C_p = Rk/(k-1) = 517.825$ J/kg/K
lavoro compressore $L_c = C_p(T_2 - T_1) = 58.51$ kJ/kg
lavoro turbina $L_t = C_p(T_3 - T_4) = 80.78$ kJ/kg
lavoro interno $L_i = L_t - L_c = 22.27$ kJ/kg (nota: sono lavori massici).

Essendo la potenza interna $P_i = P_u/\eta_m = \dot{m}L_i$ si ottiene la portata $\dot{m} = P_i/L_i = 0.463$ kg/s.

Il calore massico fornito è $Q_1 = \dot{Q}_1/\dot{m} = 57.8/0.463 = 124.8$ kJ/Kg
Poiché si ha $Q_1 = C_p(T_3 - T_5)$ si ottiene
$T_5 = T_3 - Q_1/C_p = 554°$C e quindi
$Rs = (T_5 - T_2)/(T_4 - T_2) = 0.8$.
Il rendimento utile è $\eta_u = P_u/\dot{Q}_1 = \eta_m L_i/Q_1 = 0.173$
I rendimenti isentropici sono:
$\eta_c = L_{cis}/L_c = C_p(T_{2is} - T_1)/[Cp(T_2 - T_1)] = 0.783$
$\eta_t = L_t/L_{tis} = C_p(T_3 - T_4)/]C_p(T_3 - T_{4is})] = 0.835$
con $T_{2is} = T_1(p_2/p_1)^{(k-1)/k} = T_1\beta_c^{(k-1)/k}$
$T_{4is} = T_3/(p_3/p_4)^{(k-1)/k} = T_3/\beta_t^{(k-1)/k}$

28. Sono dati i rendimenti idraulici $\eta_{yc} = (L_c - L_w)/L_c = [m/(m-1)]/[k/(k-1)]$, $\eta_{yt} = L_t/(L_t + L_w) = [k'/(k'-1)]/[m/(m-1)]$
con m esponente della politropica (ovviamente diverso per turbina e compressore); si ha inoltre che $(k-1)/k = R/Cp$ e $(k'-1)/k' = R'/C'_p$.

Si determinano T_2 e T_4:
$T_2 = T_1\beta_c^{(m-1)/m} = T_1\beta_c^{R/(C_p\eta_{yc})} = 492.7$K e $T_4 = T_3/\beta_t^{(m-1)/m} = T_3/\beta_t^{R'\eta_{yt}/C'_p} = 907.6$ K

La caduta di pressione negli scambiatori è $\eta_{\pi s} = p_5/p_2 = p_6/p_4$; per ciclo aperto $p_6 = p_1$ (un ciclo chiuso avrebbe $\eta_{\pi s} = p_1/p_6$), mentre la caduta di pressione nella fornitura di calore è $\eta_{\pi b} = p_3/p_5$: si ha perciò $\beta_t = p_3/p_4 = \eta_{\pi s}\eta_{\pi b}\eta_{\pi s}\beta_c = 4.61$

Equazione della combustione:
$\eta_b\dot{m}_bH_i = (\dot{m} + \dot{m}_b)C'_p(T_3 - T_5)$ (per ciclo non rigenerativo $T_5 = T_2$)
dove $\dot{m}$ è la portata d'aria e $\dot{m}_b$ è la portata di combustibile; si introduce la dosatura $\alpha = \dot{m}/\dot{m}_b = \eta_bH_i/[C'_p(T_3 - T_5)] - 1 = 82.9$ con $T_5 = T_2 + R_s(T_4 - T_2) = 824.6$ K

Si ottiene quindi
$L_c = C_p(T_2 - T_1) = 208.9$ kJ/kg e $L_t = C'_p(T_3 - T_4) = 401.3$ kJ/kg
$L_u = P_u/\dot{m} = \eta_oP_i/\dot{m} = \eta_o(P_t - P_c)/\dot{m} = \eta_o[L_t(1+\alpha)/\alpha - L_c] = 189.3$ kJ/kg (la potenza è il prodotto di portata e lavoro massico, e la portata nella turbina è $\dot{m} + \dot{m}_b = \dot{m}(1+\alpha)/\alpha$)
il rendimento globale è $\eta_g = P_u/(\dot{m}_bH_i) = L_u\alpha/H_i = 0.368$

29. La compressione interrefrigerata uniforme prevede stesso β_c e temperatura iniziale per i due stadi di compressione. Trascurando la caduta di pressione nell'interrefrigeratore si ha $\beta_1 = \beta_2 = \sqrt{\beta_c} = 3.606$.

    La temperatura di fine compressione (uguale per i due stadi) è $T_2 = T_1 \sqrt{\beta_c}^{R/(C_p \eta_{yc})} = 440.6$ K e $L_{c1} = L_{c2} = C_p(T_2 - T_1) = 154.95$ kJ/kg; il lavoro di compressione complessivo è $L_c = L_{c1} + L_{c2} = 309.9$ kJ/kg

    Il rapporta di espansione in turbina è $\beta_t = \eta_{\pi b} \beta_c = 12.61$ da cui si ottiene $T_4 = T_3/\beta_t^{R' \eta_{yt}/C'_p} = 791.9$ K e $L_t = C'_p(T_3 - T_4) = 658.6$ kJ/kg; trascurando la variazione di portata tra turbina e compressore ($(1+\alpha)/\alpha \approx 1$) la potenza specifica è $L_u = P_u/\dot{m} = \eta_o[L_t(1+\alpha)/\alpha - L_c] \approx \eta_o[L_t - L_c] = 338.2$ kJ/kg

    Il calore fornito nell'unità di tempo è $\dot{Q}_1 = (\dot{m} + \dot{m}_b)C'_p(T_3 - T_2)$ ed il calore massico (riferito alla massa d'aria) $Q_1 = \dot{Q}_1/\dot{m} = (1+\alpha)/\alpha \cdot C'_p(T_3 - T_2) \approx C'_p(T_3 - T_2) = 1073.1$ kJ/kg.

    Il rendimento utile è $\eta_u = P_u/\dot{Q}_1 = L_u/Q_1 = 0.315$ ed il rendimento globale $\eta_g = \eta_b \eta_u = 0.303$

30. Dati aria $R = 287$ J/kg/K, $k = 1.4$, $C_p = Rk/(k-1) = 1004.5$ J/kg/K
    Con le stesse espressioni dell'esercizio 28 si calcolano $T_2 = 603.5$ K e $L_c = 304.9$ kJ/kg $\alpha = 68.13$, ed inoltre
    $L_t = \eta_t C_p T_3 (1 - 1/\beta_t^{R/C_p}) = 475.2$ kJ/kg con $\beta_t = \beta_c$.
    Si ha quindi $L_u = 172.0$ kJ/kg e la portata d'aria si calcola come
    $\dot{m} = P_u/L_u = 58.15$ kg/s con $\eta_g = L_u \alpha / H_i = 0.274$

    Si indicano con ' i valori dopo la regolazione.
    Essendo $T'_1 = T_1$ (la laminazione e' isentalpica e quindi, per un gas ideale, isoterma) e $\beta'_c = \beta_c$ e $T'_3 = T_3$ (per ipotesi) si ha che T_2, L_c e α non variano rispetto al caso precedente. Il rapporto di espansione diventa $\beta'_t = p'_3/p'_4 = p'_3/p_1 = p'_3/p'_1 \cdot p'_1/p_1 = 8 \cdot 0.7 = 5.6$ (mentre tutti i punti ' sono a pressione piu' bassa dei rispettivi corrispondenti, la pressione di scarico è ancora $p'_4 = p_1 = p_4$) e quindi $L'_t = 412.4$ kJ/kg $< L_t$; si ottiene $L'_u = 110.1$ kJ/kg $< L_u$ e $\eta'_g = 0.176 < \eta_g$

    Supponendo la turbina critica sia prima che dopo la regolazione si ha infine
    $\dot{m}' = \dot{m} p'_3/p_3 \sqrt{T_3/T'_3} = 40.7$ kg/s e $P_u = \dot{m}' L'_u = 4.48$ MW

Esercizi su motori a combustione interna

Dati aria $R = 287$ J/kg/K, $k = 1.4$, $C_p = 1004.5$ J/kg/K; 1 CV=735.5 W

DEFINIZIONI E ESPRESSIONI UTILI
cilindrata (singolo cilindro) $V = c\pi d^2/4$ (d = alesaggio (cioe' diametro), c=corsa)
cilindrata (complessiva) iV, con i numero di cilindri

grandezze riferite a un ciclo
L_u lavoro utile; L_i lavoro indicato; m massa aria; m_b massa combustibile; dosatura $\alpha = m/mb$; m giri per compiere 1 ciclo (=2 per motori a 4 tempi, =1 per 2 tempi)

le grandezze riferite all'unita' di tempo (potenze e portate) si ottengono moltiplicando la grandezza riferita al ciclo per cicli/tempo=n/m (attenzione alle unita' di misura) ad esempio $P_u = L_u n/m$

pressione media indicata $p_{mi} = L_i/(iV)$ pressione media effettiva $p_{me} = L_u/(iV)$ pressione di marcia a vuoto $p_v = p_{mi} - p_{me}$

rendimenti
limite $\eta_{lim} = L_{lim}/(m_b/H_i)$; termodinamico interno $\eta_{\theta i} = L_i/L_{lim}$; indicato $\eta_i = L_i/(m_b/H_i) = P_i/(\dot{m}_b H_i)$; organico $\eta_o = L_u/L_i = P_u/P_i = p_{me}/p_{mi}$; utile $\eta_u = L_u/(m_b/H_i) = P_u/(\dot{m}_b H_i) = \eta_{lim}\eta_{\theta i}\eta_o$
consumo specifico $q_b = \dot{m}_b/P_u = 1/(\eta_u H_i)$

coefficiente di riempimento $\lambda_v = m/m_{teorica} = m/(\rho_{amb} iV) = m v_{amb}/(iV)$ (ρ e v sono densita' e volume specifico nell'ambiente di aspirazione); si ha quindi $m_b = m/\alpha = \lambda_v iV/(\alpha v_{amb})$, $p_{me} = \eta_u \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$ e $p_{mi} = \eta_i \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$

31. Dalla relazione $P_u = p_{me} iVn/m$ si ricava $p_{me} = 9.73$ bar; $\eta_o = p_{me}/p_{mi} = 0.8$
    Si calcolano poi $v_{amb} = RT/p = 287 * 293/(760 * 133.322) = 0.83$ kg/m^3 $\eta_u = 1/(q_b H_i) = 0.265$ (attenzione alle unità di misura), $\lambda_v = p_{me}/[\eta_u H_i/(\alpha v_{amb})] = 0.9$ e $\eta_{\theta i} = \eta_u/\eta_{lim}/\eta_o = 0.849$

    Una relazione sperimentale comunemente usata mette in relazione il coefficiente di riempimento con la temperatura $\lambda'_v/\lambda_v = \sqrt{T'/T}$, da cui $\lambda'_v = 0.915$

    Posto $\mu = \lambda'_v/\lambda_v \cdot v_{amb}/v'_{amb} = p'/p \cdot \sqrt{T/T'}$ si ha $P'_u = P_u \cdot \mu = 87.7$ CV

32. Si ha $P'_u/P_u = p'_{me}/p_{me} n'/n$;
    essendo $p_{me} = \eta_u \lambda_v H_i/(\alpha v_{amb})$ e $\eta_u = 1/(q_b H_i)$ si ha $p'_{me}/p_{me} = \lambda'_v/\lambda_v q_b/q'_b = 1.101$ e quindi $P'_u = 39.35$ KW

    La coppia è $C = P_u/\omega$ con $\omega = 2\pi n$ (con n in giri al secondo), oppure $\omega = 2\pi n/60$ (con n in rpm) = 113.7 Nm. Inoltre $C'/C = P'_u/P_u n/n'$ permette di ricavare $C' = 125.28$ Nm, mentre $\dot{m}'_b = q'_b P'_u = 3.01$ g/s

33. $\dot{m}_b = \rho_b V_b/t = 3.46$ g/s (con $t = 0.534 * 60$ s)
    $P_u = C \cdot \omega = 41.3$ kW
    $q_b = \dot{m}_b/P_u = 301.5$ g/(kW h) (attenzione alle unita' di misura)
    $p_{me} = P_u/(iVn/m) = 8.35$ bar

    Per piccole variazioni di p e T si può supporre η_u costante e quindi q_b costante; si ha perciò $(P_u)_{st}/P_u = (p_{me})_{st}/p_{me} = \mu = p_{st}/p * \sqrt{T/T_{st}}$ da cui $(P_u)_{st} = 42.5$ kW