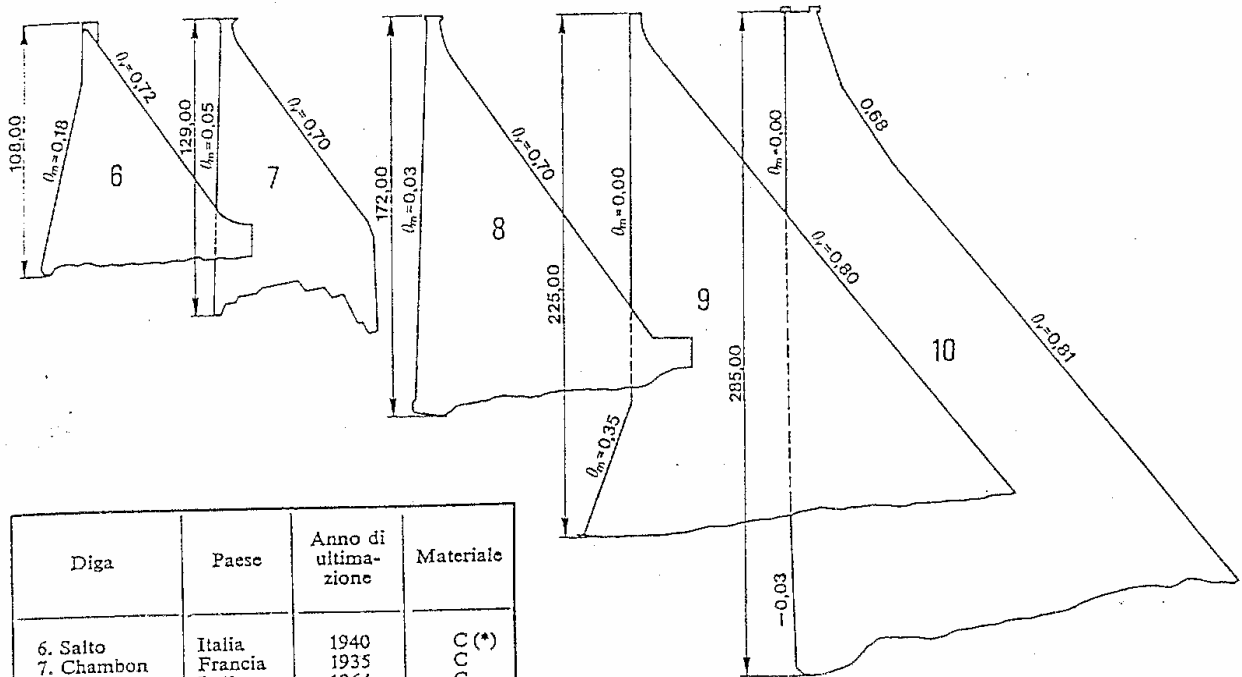


Diga	Paese	Anno di ultimazione	Materiale
1. Tibi (presso Alicante)	Spagna	1580	P
2. Gouffre d'Enfer (presso Furens)	Francia	1866	P
3. Bunnari	Italia	1879	P
4. Le Mesce	Italia(*)	1917	C
5. Suviana	Italia	1932	C

muratura di pietra con malta; C, calcestruzzo.  
 \*) Passata alla Francia dopo la II guerra mondiale.

Fig. 2-1. Sezioni trasversali di dighe a gravità massicce di altezza inferiore a 100 m.

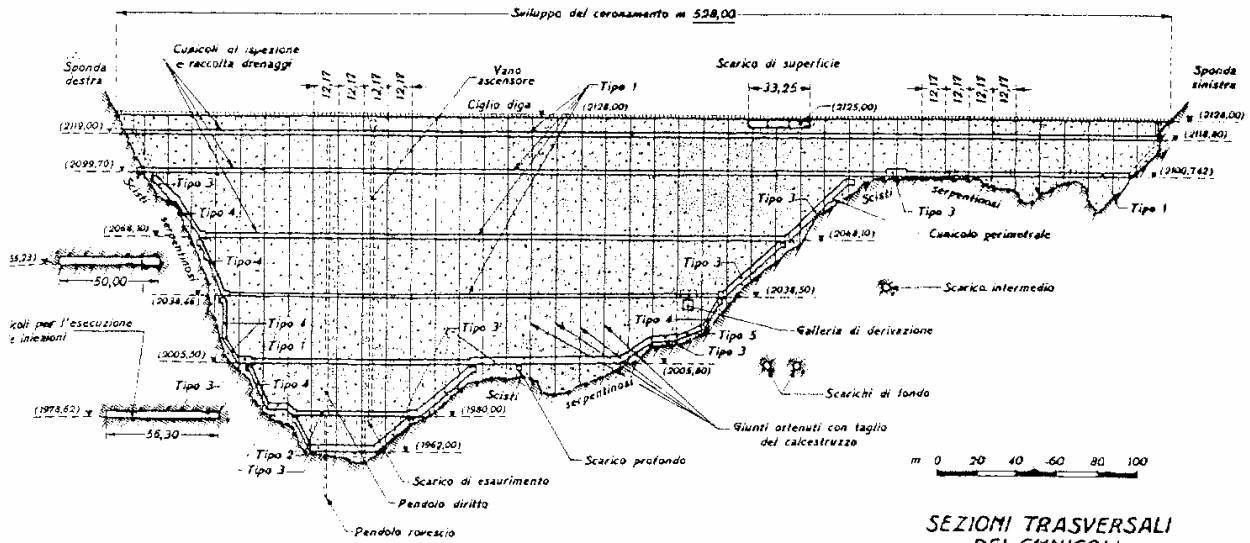


Diga	Paese	Anno di ultimazione	Materiale
6. Salto	Italia	1940	C (*)
7. Chambon	Francia	1935	C
8. Alpe Gera	Italia	1964	C
9. Bhakra	India	1963	C
10. Grande Dixence	Svizzera	1961	C

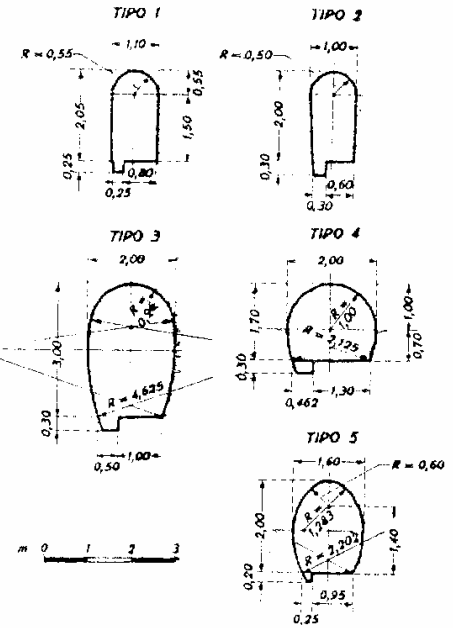
(\*) C, calcestruzzo.

Fig. 2-2. Sezioni trasversali di dighe a gravità massicce di altezza superiore a 100 m.

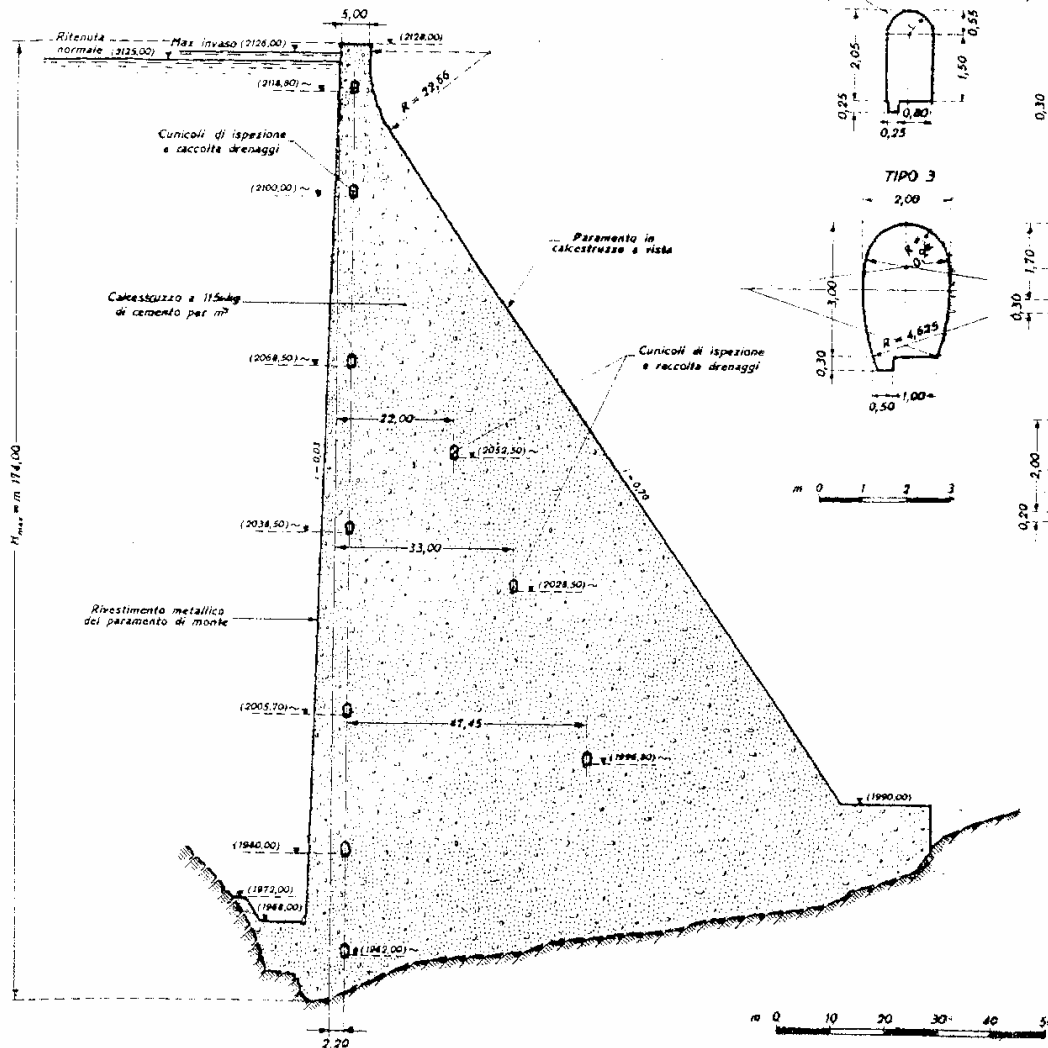
SEZIONE LONGITUDINALE  
VISTA DA VALLE



SEZIONI TRASVERSALI  
DEI CUNICOLI



SEZIONE TRASVERSALE TIPO





Piano dei drenaggi  
(pozzi e gallerie)

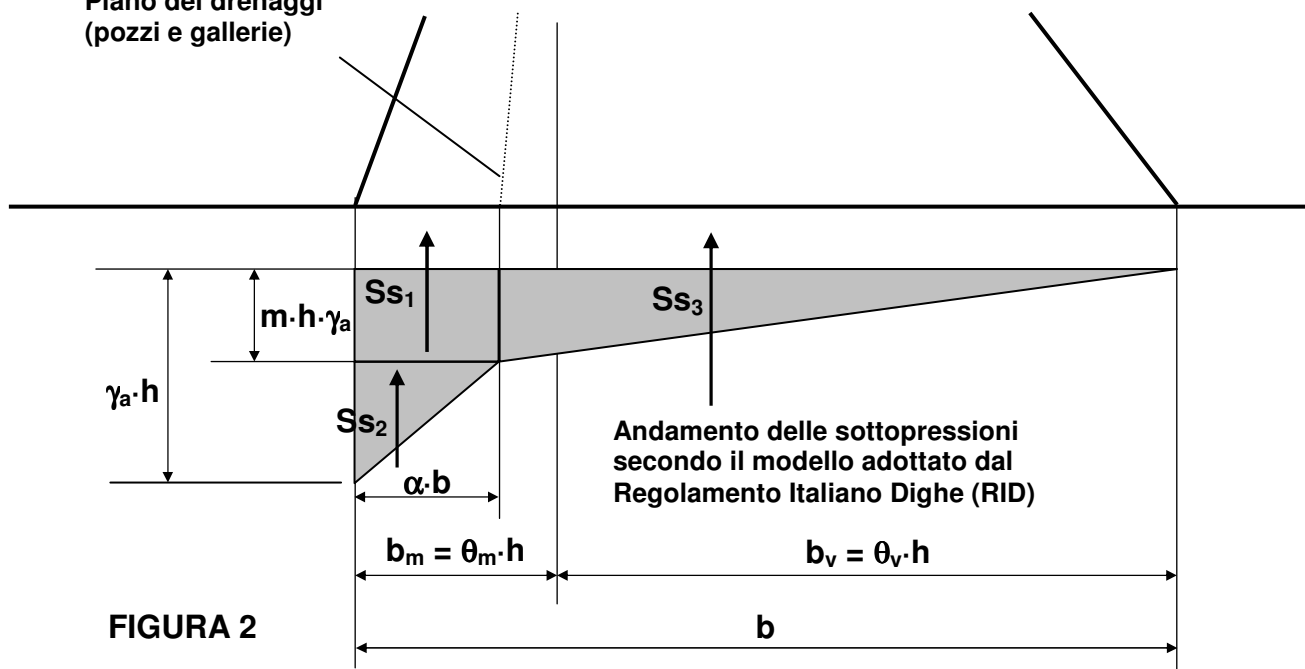


FIGURA 2

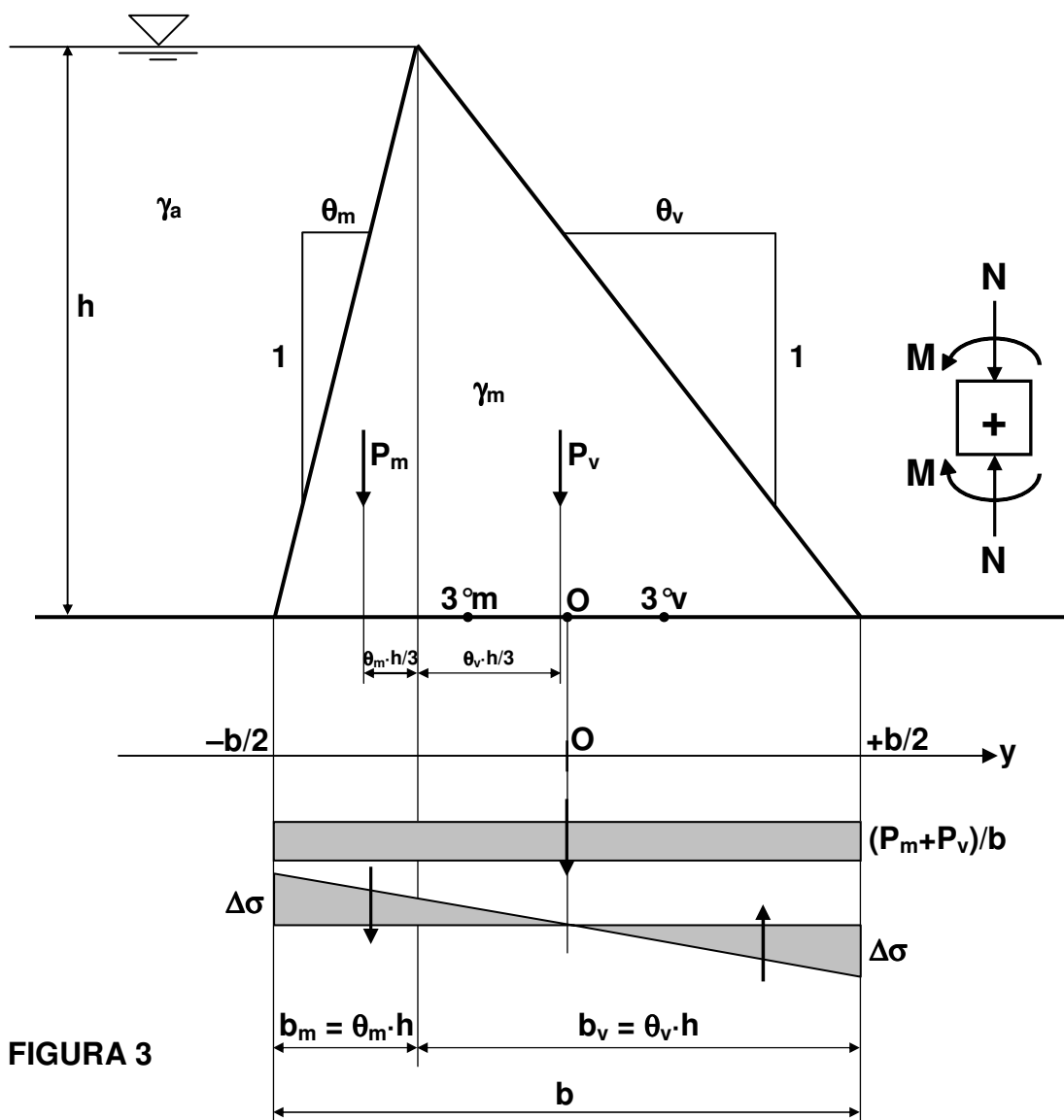


FIGURA 3

**Forze per concio unitario e bracci per gli schemi statici relativi alle precedenti Figure 1, 2 e 3 (escluse le azioni termiche e quelle sismiche e con paramento di valle scarico)**

Lunghezze alla base: 
$$\begin{cases} b_v = h \cdot \theta_v \\ b_m = h \cdot \theta_m \\ b = (b_v + b_m) = h \cdot (\theta_v + \theta_m) \end{cases}$$

Forza	Modulo	Braccio $B_O$ rispetto al baricentro	Braccio $B_{3^\circ v}$ rispetto al 3° medio di valle	Braccio $B_{3^\circ m}$ rispetto al 3° medio di monte
Peso proprio (parte di valle)	$P_v = \gamma_m \cdot h \cdot b_v / 2$	$B_O(P_v) = (2/3) \cdot b_v - b/2$	$B_{3^\circ v}(P_v) = (2/3) \cdot b_v - b/3$	$B_{3^\circ m}(P_v) = (2/3) \cdot b - (2/3) \cdot b_v$
Peso proprio (parte di monte)	$P_m = \gamma_m \cdot h \cdot b_m / 2$	$B_O(P_m) = b_m / 3 + b_v - b/2$	$B_{3^\circ v}(P_m) = b_m / 3 + b_v - b/3$	$B_{3^\circ m}(P_m) = b/3 - (2/3) \cdot b_m$
Spinta idrostatica orizzontale	$Si_o = \gamma_a \cdot h^2 / 2$	$B_O(Si_o) = h/3$	$B_{3^\circ v}(Si_o) = h/3$	$B_{3^\circ m}(Si_o) = h/3$
Spinta idrostatica verticale	$Si_v = \gamma_a \cdot h \cdot b_m / 2$	$B_O(Si_v) = (2/3) \cdot b_m + b_v - b/2$	$B_{3^\circ v}(Si_v) = (2/3) \cdot b_m + b_v - b/3$	$B_{3^\circ m}(Si_v) = b/3 - b_m / 3$
Sottospinta (componente 1)	$Ss_1 = m \cdot \gamma_a \cdot h \cdot \alpha \cdot b$	$B_O(Ss_1) = b/2 - \alpha \cdot b/2$	$B_{3^\circ v}(Ss_1) = (2/3) \cdot b - \alpha \cdot b/2$	$B_{3^\circ m}(Ss_1) = b/3 - \alpha \cdot b/2$
Sottospinta (componente 2)	$Ss_2 = (1 - m) \cdot \gamma_a \cdot h \cdot \alpha \cdot b/2$	$B_O(Ss_2) = b/2 - \alpha \cdot b/3$	$B_{3^\circ v}(Ss_2) = (2/3) \cdot b - \alpha \cdot b/3$	$B_{3^\circ m}(Ss_2) = b/3 - \alpha \cdot b/3$
Sottospinta (componente 3)	$Ss_3 = m \cdot \gamma_a \cdot h \cdot (1 - \alpha) \cdot b/2$	$B_O(Ss_3) = (2/3) \cdot (1 - \alpha) \cdot b - b/2$	$B_{3^\circ v}(Ss_3) = (2/3) \cdot (1 - \alpha) \cdot b - b/3$	$B_{3^\circ m}(Ss_3) = (2/3) \cdot b - (2/3) \cdot (1 - \alpha) \cdot b$
Peso coronamento (componente 1)	$P_{c1} = \gamma_m \cdot (Q_{pc} - Q_{mi}) \cdot L_c$	$B_O(P_{c1}) = b_v - L_c / 2 - b/2$	$B_{3^\circ v}(P_{c1}) = b_v - L_c / 2 - b/3$	$B_{3^\circ m}(P_{c1}) = b/3 - b_m - L_c / 2$
Peso coronamento (componente 2)	$P_{c2} = \gamma_m \cdot L_c^2 / (2 \cdot \theta_v)$	$B_O(P_{c2}) = b_v - (2/3) \cdot L_c - b/2$	$B_{3^\circ v}(P_{c2}) = b_v - (2/3) \cdot L_c - b/3$	$B_{3^\circ m}(P_{c2}) = b/3 - b_m - (2/3) \cdot L_c$
Spinta del ghiaccio	$S_g = p_g \cdot h_g$	$B_O(S_g) = h$	$B_{3^\circ v}(S_g) = h$	$B_{3^\circ m}(S_g) = h$

Nota Bene: nel caso in cui vi sia un piano dei drenaggi: – il modulo della sottospinta totale vale  $Ss = Ss_1 + Ss_2 + Ss_3 = \frac{1}{2} \cdot \gamma_a \cdot h \cdot b \cdot (m + \alpha)$  da cui, posto  $m' = m + \alpha$ , si ottiene  $Ss = \frac{1}{2} \cdot \gamma_a \cdot h \cdot b \cdot m'$ ;  
 – benché matematicamente sia  $0 \leq \alpha \leq 1$ , di solito si ha  $0 \leq \alpha \leq \theta_m / (\theta_v + \theta_m)$ ;  
 – il Regolamento Italiano Dighe (RID) esige che  $m > 0.35$ , perciò  $0.35 \leq m \leq 1$ .

**Equilibrio limite ai fini dell'assenza di sforzi di trazione lungo la direzione verticale**  
**(escluse le azioni termiche e quelle sismiche e con paramento di valle scarico)**

La condizione di equilibrio limite affinché non vi siano sforzi di trazione lungo la direzione verticale sul paramento di monte a lago pieno è data dall'annullarsi del momento rispetto al terzo medio di valle:

$$P_v \cdot B_{3^{\circ}v}(P_v) + P_m \cdot B_{3^{\circ}v}(P_m) - Si_o \cdot B_{3^{\circ}v}(Si_o) + Si_v \cdot B_{3^{\circ}v}(Si_v) - Ss_1 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_1) - Ss_2 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_2) - Ss_3 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_3) + P_{c1} \cdot B_{3^{\circ}v}(P_{c1}) + P_{c2} \cdot B_{3^{\circ}v}(P_{c2}) - S_g \cdot B_{3^{\circ}v}(S_g) = 0$$

Nel caso in cui si consideri il caso particolarmente semplice del cosiddetto "triangolo fondamentale" (caratterizzato da peso del coronamento  $P_c = 0$ ,  $\theta_m = 0$  ed  $S_g = 0$ ) si ha, in assenza di un piano dei drenaggi:

$$P_v \cdot B_{3^{\circ}v}(P_v) - Si_o \cdot B_{3^{\circ}v}(Si_o) - Ss \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss) = 0$$

da cui:

$$\gamma_m \cdot h \cdot b / 2 \cdot b / 3 - \gamma_a \cdot h^2 / 2 \cdot h / 3 - \gamma_a \cdot h \cdot b / 2 \cdot b / 3 = 0$$

e ancora:

$$\gamma_m \cdot h^3 \cdot \theta_v^2 / 6 - \gamma_a \cdot h^3 / 6 - \gamma_a \cdot h^3 \cdot \theta_v^2 / 6 = 0$$

che porta infine alla cosiddetta "formula di Rankine":

$$\theta_v = [\gamma_a / (\gamma_m - \gamma_a)]^{1/2}$$

mentre in presenza di un piano dei drenaggi:

$$P_v \cdot B_{3^{\circ}v}(P_v) - Si_o \cdot B_{3^{\circ}v}(Si_o) - Ss_1 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_1) - Ss_2 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_2) - Ss_3 \cdot B_{3^{\circ}v}(Ss_3) = 0$$

che, con passaggi analoghi ai precedenti ma un po' più laboriosi, porta la formula di Rankine a diventare:

$$\theta_v = [\gamma_a / (\gamma_m - m'' \cdot \gamma_a)]^{1/2}$$

in cui:

$$m'' = m \cdot (1 - \alpha) + \alpha \cdot (2 - \alpha)$$

risultando  $0 < m'' \leq 1$ , tiene conto dell'attenuazione delle sottospinte ottenuta grazie appunto al piano dei drenaggi.

Inoltre la presenza di una pendenza del paramento di monte  $\theta_m > 0$ , almeno finché questa è piccola, può essere tenuta in conto tramite l'espressione empirica nota come "formula di Rankine modificata":

$$\theta_v = [\gamma_a / (\gamma_m - m'' \cdot \gamma_a)]^{1/2} - 0.8 \cdot \theta_m$$

La condizione di equilibrio limite affinché non vi siano sforzi di trazione lungo la direzione verticale sul paramento di valle a lago vuoto è data dall'annullarsi del momento rispetto al terzo medio di monte:

$$P_v \cdot B_{3^{\circ}m}(P_v) - P_m \cdot B_{3^{\circ}m}(P_m) - P_{c1} \cdot B_{3^{\circ}m}(P_{c1}) - P_{c2} \cdot B_{3^{\circ}m}(P_{c2}) = 0$$

Tale equilibrio limite risulta automaticamente soddisfatto nel caso del triangolo fondamentale ( $P_c = 0$ ,  $\theta_m = 0$  ed  $S_g = 0$ ), ove  $B_{3^{\circ}m}(P_v) = 0$ .

## Verifiche di resistenza

### (escluse le azioni termiche e quelle sismiche e con paramento di valle scarico)

#### **Contributi delle varie azioni esterne agli sforzi verticali**

Ciascuna azione esterna provoca uno stato di sforzo nel corpo della diga che, in campo elastico lineare, sulla sezione di calcolo può venire espresso come:

$$\sigma_{\text{verticale}} = \pm \frac{N}{A} \pm \frac{M}{J} \cdot y$$

essendo:

**N** l'azione assiale data dall'azione esterna centrata (N è pari al modulo dell'azione esterna qualora questa agisca ortogonalmente alla sezione di calcolo, mentre è pari a 0 qualora questa agisca parallelamente ad essa, com'è il caso della  $S_{i_0}$  quando la sezione di calcolo medesima è orizzontale);

**A = 1·b** l'area della sezione di calcolo (considerando il concio di larghezza unitaria);

**M** il momento flettente prodotto dall'eccentricità dell'azione assiale N rispetto al baricentro O della sezione di calcolo;

**J = 1·b<sup>3</sup>/12** il momento d'inerzia rispetto al baricentro O della sezione di calcolo;

**y** la distanza delle fibre della sezione di calcolo dal baricentro O ( $-b/2 \leq y \leq b/2$ ).

Dunque l'andamento di un diagramma degli sforzi  $\sigma_{\text{verticale}}$ , in generale, è dato da due contributi: uno costante, dovuto all'azione assiale centrata N e uno avente andamento "a farfalla" con asse neutro sul baricentro O, dovuto al momento flettente M (vedi ad esempio Figura 3).

Scegliendo come convenzione d'indicare ad esempio:

- le azioni assiali N e gli sforzi  $\sigma_{\text{verticale}}$  con segno positivo quando di compressione,
- y positiva per le fibre a valle e y negativa per quelle a monte del baricentro O,
- segno positivo ai momenti flettenti M che tendono le fibre di valle,

la relazione precedente diviene:

$$\sigma_{\text{verticale}} = \frac{N}{A} - \frac{M}{J} \cdot y$$

#### **Sforzi verticali sui paramenti rispettivamente di monte e di valle**

In campo elastico lineare vale il principio di sovrapposizione degli effetti e quindi gli sforzi verticali compressivi  $\sigma_m$  e  $\sigma_v$  sui paramenti rispettivamente di monte e di valle a distanza  $y = \mp b/2$  dal baricentro O sono dati dalla somma algebrica dei corrispondenti singoli sforzi di tipo  $\sigma_{\text{verticale}}$  originati da ciascuna delle varie azioni esterne, secondo quanto riportato nella tabella seguente.

<b>Forza</b>	<b>Contributo allo sforzo verticale sul paramento di monte <math>\sigma_m</math></b>	<b>Contributo allo sforzo verticale sul paramento di valle <math>\sigma_v</math></b>
Peso proprio (complessivo)	$+\frac{P_v + P_m}{b} + \frac{6 \cdot [P_v \cdot B_O(P_v) + P_m \cdot B_O(P_m)]}{b^2} = \frac{\gamma_m \cdot h \cdot \theta_v}{\theta_v + \theta_m}$	$+\frac{P_v + P_m}{b} - \frac{6 \cdot [P_v \cdot B_O(P_v) + P_m \cdot B_O(P_m)]}{b^2} = \frac{\gamma_m \cdot h \cdot \theta_m}{\theta_v + \theta_m}$
Spinta idrostatica (complessiva)	$+\frac{S_{iv}}{b} + \frac{6 \cdot [S_{iv} \cdot B_O(S_{iv}) - S_{io} \cdot B_O(S_{io})]}{b^2} = -\gamma_a \cdot h \cdot \left( \frac{1 + \theta_v^2}{(\theta_v + \theta_m)^2} - 1 \right)$	$+\frac{S_{iv}}{b} - \frac{6 \cdot [S_{iv} \cdot B_O(S_{iv}) - S_{io} \cdot B_O(S_{io})]}{b^2} = \gamma_a \cdot h \cdot \frac{1 - \theta_v \cdot \theta_m}{(\theta_v + \theta_m)^2}$
Sottospinta (complessiva)	$-\frac{S_s}{b} + \frac{-6 \cdot [S_{s1} \cdot B_O(S_{s1}) + S_{s2} \cdot B_O(S_{s2}) + S_{s3} \cdot B_O(S_{s3})]}{b^2}$	$-\frac{S_s}{b} - \frac{-6 \cdot [S_{s1} \cdot B_O(S_{s1}) + S_{s2} \cdot B_O(S_{s2}) + S_{s3} \cdot B_O(S_{s3})]}{b^2}$
Peso coronamento (complessivo)	$+\frac{P_{c1} + P_{c2}}{b} + \frac{6 \cdot [P_{c1} \cdot B_O(P_{c1}) + P_{c2} \cdot B_O(P_{c2})]}{b^2}$	$+\frac{P_{c1} + P_{c2}}{b} - \frac{6 \cdot [P_{c1} \cdot B_O(P_{c1}) + P_{c2} \cdot B_O(P_{c2})]}{b^2}$
Spinta del ghiaccio	$-\frac{6 \cdot S_g \cdot (h - h_g / 2)}{b^2} = -\frac{6 \cdot S_g \cdot [1 - h_g / (2 \cdot h)]}{h \cdot (\theta_v + \theta_m)^2}$	$+\frac{6 \cdot S_g \cdot (h - h_g / 2)}{b^2} = +\frac{6 \cdot S_g \cdot [1 - h_g / (2 \cdot h)]}{h \cdot (\theta_v + \theta_m)^2}$

### Direzioni principali di sforzo e individuazione degli sforzi principali

Per poter applicare i criteri di verifica di resistenza, propri della Scienza delle Costruzioni, al materiale che costituisce il manufatto (o la roccia di fondazione) occorre individuare gli sforzi principali per le fibre più sollecitate, che sono appunto quelle di monte e di valle. In tali punti di estremità, con riferimento alle Figure 4a e 4b, sia nella condizione di lago pieno che in quella di lago vuoto le direzioni principali di sforzo sono quelle rispettivamente parallele e ortogonali ai paramenti, in quanto risultano associate a sforzi tangenziali nulli. Infatti nella condizione di lago vuoto le facce dei paramenti sono entrambe completamente scariche, mentre nel caso di lago pieno il paramento bagnato è soggetto solo alla pressione idrostatica ma non a sforzi tangenziali.

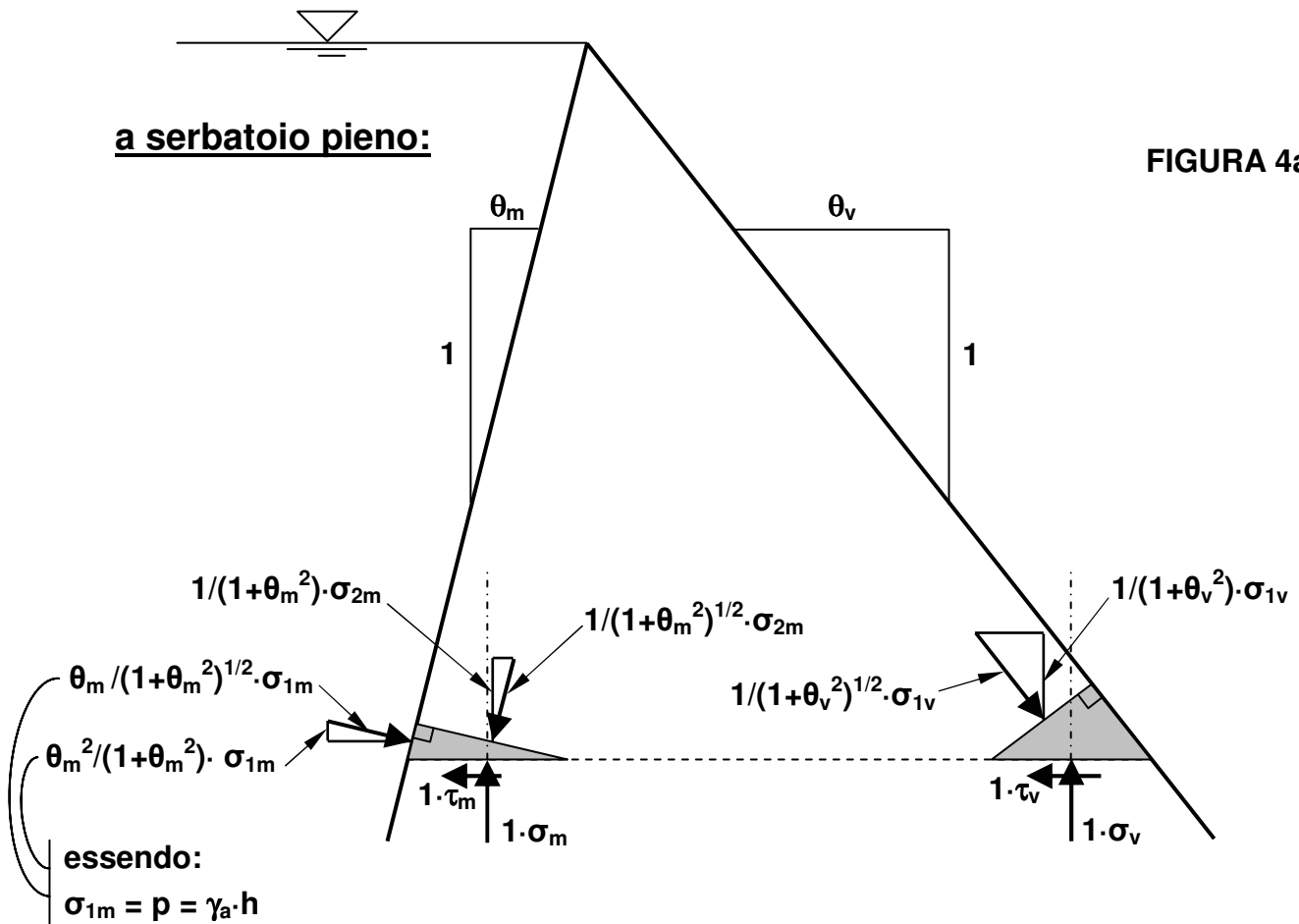
Considerando poi, sempre sul paramento di monte e su quello di valle, gli equilibri alla traslazione verticale per i due triangoli rettangoli elementari che hanno le ipotenuse, ciascuna di lunghezza unitaria, disposte sulla sezione di calcolo e i cateti secondo le corrispondenti direzioni principali di sforzo, si ottengono le seguenti espressioni degli sforzi principali  $\sigma_{1m}$ ,  $\sigma_{2m}$ ,  $\sigma_{1v}$  e  $\sigma_{2v}$  a partire da quelle di  $\sigma_m$  e  $\sigma_v$ :

<b>Sforzo principale</b>	<b><math>\perp</math> al param. di monte</b>	<b><math>\parallel</math> al paramento di monte</b>	<b><math>\parallel</math> al param. di valle</b>	<b><math>\perp</math> al param. di valle</b>
Serbatoio pieno	$\sigma_{1m} = \gamma_a \cdot h$	$\sigma_{2m} = \sigma_m \cdot (1 + \theta_m^2) - \gamma_a \cdot h \cdot \theta_m^2$	$\sigma_{1v} = \sigma_v \cdot (1 + \theta_v^2)$	$\sigma_{2v} = 0$
Serbatoio vuoto	$\sigma_{1m} = 0$	$\sigma_{2m} = \sigma_m \cdot (1 + \theta_m^2)$	$\sigma_{1v} = \sigma_v \cdot (1 + \theta_v^2)$	$\sigma_{2v} = 0$



a serbatoio pieno:

FIGURA 4a



a serbatoio vuoto:

FIGURA 4b

