

CAPITOLO 7

Azioni mutue tra elementi di macchine (II)

7.1 Azioni aerodinamiche

Nelle macchine si devono spesso considerare azioni tra solidi e fluidi che possono essere considerati come veri e propri membri non rigidi della macchina, accoppiati con i membri solidi, con bagnano tutta o parte della superficie di questi.

Le azioni possono avere carattere di forze interne, come ad esempio in una turbina in cui il fluido si muove entro condotti facenti parte della macchina e reagisce su di essi oppure di forze esterne, come l'azione dell'aria su di una aeroplano o la resistenza offerta dal mezzo all'avanzamento di una nave o di una vettura, quando tutta la massa del fluido è considerata esterna al sistema che si studia. Esse inoltre possono essere costituite da semplici pressioni statiche come quelle che sostengono un corpo immerso in un fluido o che vengono esercitate da un fluido in pressione sulle pareti di un recipiente chiuso, oppure possono essere pressioni dinamiche cioè esercitate dal fluido in conseguenza del suo moto o del moto del solido.

Spesso l'azione del fluido costituisce una resistenza al moto di un corpo in esso totalmente o parzialmente immerso, in tal caso essa prende il nome di resistenza del mezzo ed è una resistenza passiva, che, di regola, si deve cercare di ridurre il più possibile. Nasce così il problema di ottimizzare la forma al fine di aumentarne la penetrazione (carene di navi, forme di autovetture, ...).

In generale però tale azione tra corpo e fluido ha una componente utile che si cerca di massimizzare (forza propulsiva di un'elica, la forza portante di un'ala).

Le forze esercitate da fluidi in quiete sono determinate dalla fluidostatica, mentre assai più complessa è la ricerca delle azioni esercitate dai fluidi in moto, la quale più particolarmente interessa le macchine e forma oggetto della fluidodinamica, comprendente come casi particolari l'idrodinamica e l'aerodinamica.

Supponiamo che il corpo sia fermo rispetto al fluido, in tal caso l'unica azione agente sul corpo è la spinta fluidostatica. Tale spinta è proporzionale, come noto, alla densità del fluido e al volume del corpo.

Se il corpo si muove con una certa velocità in un fluido oppure se il corpo è investito da un fluido in moto con una certa velocità, nascono su ogni elemento infinitesimo di area della superficie del corpo stesso delle forze normali e tangenziali.

Si supponga che la corrente sia laminare e che il fluido incomprimibile (numero di Mach minore di 0.8-0.9 dove con il numero di Mach si indica il rapporto tra la velocità del fluido e la velocità di propagazione del suono nel fluido stesso).

In tali condizioni sul contorno del corpo il fluido aderisce e ciò significa che la velocità del fluido a contatto con il corpo si annulla: la velocità del fluido passa pertanto da zero al valore v allontanandosi con il corpo .

Per esprimere la generica forza F e il generico momento aerodinamico M in modo semplice si ricorre alle espressioni:

$$(7.1) \quad \begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \rho v^2 S C_f \\ M &= \frac{1}{2} \rho v^2 S l C_m \end{aligned} \quad \text{ove } \frac{1}{2} \rho v^2 \text{ è la pressione dinamica}$$

Si suppone quindi che essi siano proporzionali alla pressione dinamica della corrente indisturbata e a una superficie di riferimento S (nell'espressione del momento compare anche una lunghezza l) tramite un coefficiente adimensionale da determinare sperimentalmente.

I coefficienti che compaiono nelle (7.1) sono funzione, oltre che della forma del corpo e della sua posizione relativa alla direzione della corrente, del numero di Reynolds

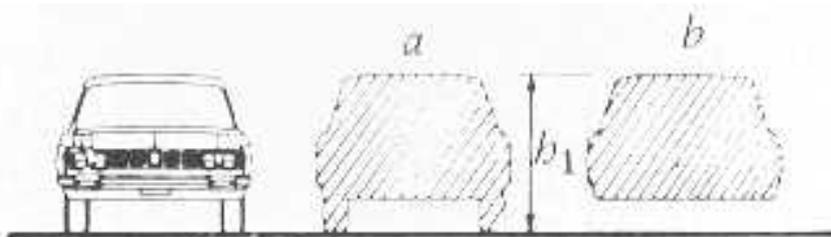
$$(7.2) \quad R_e = \frac{\rho v l}{\mu}$$

ove ρ e μ sono rispettivamente la densità e la viscosità dinamica del fluido. La dipendenza dei coefficienti aerodinamici dal numero di Reynolds non è grande se il valore di quest'ultimo è sufficientemente elevato.

I coefficienti aerodinamici ricavati sperimentalmente sono da ritenersi costanti se il numero di Reynolds è superiore ad alcuni milioni.

La superficie S e la lunghezza l di riferimento possono essere qualsiasi: esse esprimono solamente la dipendenza delle forze e dei momenti rispettivamente dal quadrato e dal cubo delle dimensioni lineari del corpo.

E' però evidente che il valore dei coefficienti aerodinamici dipende dalla scelta della superficie e della lunghezza di riferimento. In campo automobilistico si usa scegliere quale superficie di riferimento l'area della superficie trasversale del veicolo, anche se una certa confusione può essere ingenerata dal fatto che taluni usano l'area della proiezione frontale a) e altri l'area della massima sezione trasversale b).



In campo aeronautico viceversa come sezione di riferimento si considera la sezione in pianta dell'ala.

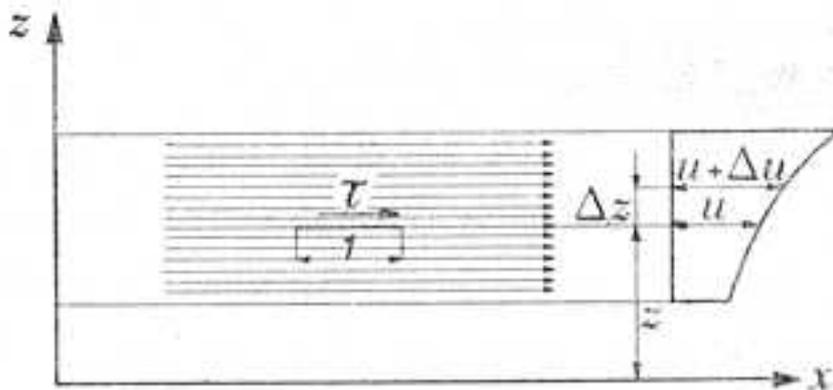
7.2 Teoria elementare della lubrificazione

Gli strisciamenti tra corpi asciutti si verificano nelle macchine solo in casi eccezionali, quando sia utile avere un forte attrito, come a esempio nei freni e negli innesti a frizione; negli altri casi le superfici a contatto sono sempre bagnate da un liquido detto lubrificante, ovvero lubrificate. Per lubrificazione si intende la riduzione dell'attrito tra superfici a contatto in moto relativo mediante l'interposizione tra esse di un apposito mezzo detto appunto lubrificante. Tale liquido, interposto tra le due superfici, impedisce il fenomeno della microsaldatura che si è riconosciuto essere la causa dell'attrito cinetico (o dinamico).

Da un lato, possono essere usati come lubrificanti gli olii e i grassi, che hanno la proprietà di formare veli superficiali (epilamini) aderenti alle superfici striscianti di spessore molecolare (qualche micron). I lubrificanti possono essere anche solidi (grafite) per condizioni di temperatura molto basse.

D'altra parte, un'azione più decisiva viene esercitata dal lubrificante nella lubrificazione idrostatica e in quella idrodinamica, le quali consistono nella interposizione tra le superfici striscianti di un velo continuo di lubrificante che, per quanto sottile, ha però spessore sufficiente per impedire il contatto diretto tra le due parti. Lo strisciamento non avviene più fra solido e solido (attrito cinetico) o fra strati molecolari aderenti alle superfici (attrito untuoso), ma fra gli strati del lubrificante interposto tra queste (attrito mediato o fluido) che può assumere valori pari anche a 1/100 (dipendente solo dal tipo di lubrificante) di quello che si ha nell'attrito radente (dipendente dallo stato e dalla natura delle superfici).

Tutti i fluidi reali sono viscosi e oppongono una resistenza allo scorrimento delle particelle che li compongono. Se noi facciamo scorrere degli strati di fluido gli uni sugli altri, fra gli strati stessi si esercita un'azione che si oppone al moto relativo. Tale azione è proporzionale secondo un coefficiente caratteristico del fluido, detto coefficiente di viscosità, alla velocità con la quale avviene lo scorrimento.



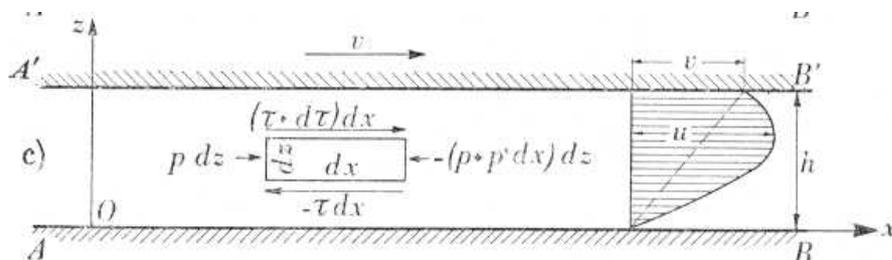
Nel moto laminare considerando due strati di ordinate z e $z+\Delta z$, caratterizzati dalle velocità u e $u+\Delta u$, la velocità relativa sarà Δu . Il gradiente di velocità per Δz tendente a 0 è pari a du/dz da cui la legge di Petroff:

$$(7.3) \quad \tau = \mu \frac{du}{dz}$$

Si analizzi il problema del moto del fluido interposto tra due superfici in moto, supponendo che:

- il moto del fluido sia laminare permanente per strati paralleli all'asse z ;
- le forze di volume (peso e inerzia) siano trascurabili rispetto a quelle dovute alla viscosità;
- il fluido sia incomprimibile e abbia μ costante;
- il moto avvenga in una sola direzione (lungo x)

Si assume dunque il problema piano e quindi non vi sia fuoriuscita laterale in direzione y (perpedicolare al piano x - z).



Imponendo l'equilibrio alla traslazione secondo x per un prisma elementare di fluido di dimensioni (dx, l, dz) , si ottiene

$$(7.4) \quad pdz - (p + dp)dz - \tau dx + (\tau + d\tau) dx = 0$$

ovvero

$$(7.5) \quad dpdz = d\tau dx \Rightarrow \frac{dp}{dx} = \frac{d\tau}{dz}$$

Ricordando la legge di Petroff (7.3), si ottiene:

$$(7.6) \quad \frac{dp}{dx} = \mu \frac{d^2u}{dz^2}$$

un'equazione differenziale lineare del 2° ordine a coefficienti costanti completa.

L'integrale generale, somma della soluzione dell'omogenea associata e dell'integrale particolare, è dato dalla:

$$(7.7) \quad \mu u = \frac{dp}{dx} \frac{z^2}{2} + Cz + D$$

in cui le costanti di integrazione C e D sono da determinare con le condizioni al contorno:

$$(7.8) \quad \begin{aligned} u(0) = 0 &\Rightarrow D = 0 \\ u(h) = v &\Rightarrow \mu v = \frac{dp}{dx} \frac{h^2}{2} + Ch \Rightarrow C = \frac{\mu v}{h} - \frac{dp}{dx} \frac{h}{2} \end{aligned}$$

L'espressione del campo di velocità (7.7) diventa quindi:

$$(7.9) \quad u(z) = \frac{dp}{dx} \frac{z^2}{2} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{\mu v}{h} - \frac{dp}{dx} \frac{h}{2} \right) z = \frac{dp}{dx} \frac{z}{2\mu} (z-h) + \frac{v}{h} z$$

Trascurando le fuoriuscite laterali e sostituendo la (7.9) nell'equazione di continuità della portata

$$(7.10) \quad Q = \int_0^h u dz = \text{costante}$$

otteniamo, considerando costante la viscosità e ricordando che $p' = (dp/dx)$ non è funzione di z :

(7.11)

$$Q = \frac{p'}{2\mu} \int_0^h (z^2 - hz) dz + \frac{v}{h} \int_0^h z dz = \frac{p'}{2\mu} \left[\frac{z^3}{3} - \frac{hz^2}{2} \right]_0^h + \frac{v}{h} \left[\frac{z^2}{2} \right]_0^h = -\frac{p'h^3}{12\mu} + \frac{vh}{2}$$

in cui il primo termine, detto *portata di pressione*, dipende dal gradiente di pressione (se $p'=0$ questo termine si annulla), e il secondo, detto *portata di trascinamento* è un effetto del trascinamento della parete mobile sul meato.

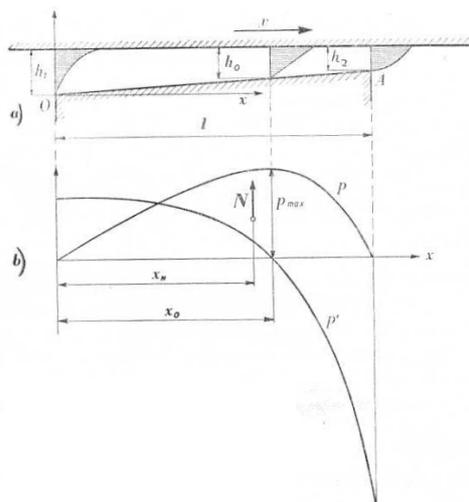
Dall'espressione della portata (7.11) è possibile determinare il gradiente di pressione:

$$(7.12) \quad p' = \frac{12\mu}{h^3} \left(\frac{vh}{2} - Q \right)$$

Se anche $h(x)$ fosse costante tutti i termini a destra dell'eguale sarebbero costanti e quindi $p'=\text{costante}$. Ma detta l la lunghezza del meato, al di fuori del quale la pressione relativa è pari a quella atmosferica ($=0$), avremmo:

$$(7.13) \quad \frac{dp}{dx} = C \Rightarrow dp = C dx \Rightarrow p(x) = Cx + D$$

con le condizioni al contorno:
$$\begin{cases} p(0) = 0 \Rightarrow D = 0 \\ p(l) = 0 \Rightarrow C = 0 \end{cases}$$



Di conseguenza se h fosse costante non è possibile il sostentamento naturale e di conseguenza la lubrificazione idrodinamica naturale. Si deve quindi ricorrere a quella idrostatica nella quale al lubrificante la pressione viene fornita tramite una pompa.

La pressione deve essere quindi nulla agli estremi del meato e variabile lungo di esso mentre vi deve essere una variazione di altezza $h(x)$ per ottenere capacità di sostentamento.

Vi sarà quindi un punto lungo il meato di ascissa x_0 in cui la pressione è massima ed è individuata dal fatto che in quel punto il gradiente p' è nullo.

$$(7.14) \quad p' = \frac{12\mu}{h^3(x_0)} \left(\frac{vh(x_0)}{2} - Q \right) = 0 \Rightarrow vh(x_0) = 2Q \Rightarrow Q = \frac{vh(x_0)}{2}$$

Si nota immediatamente che se $v=0$, ovvero non vi è moto relativo tra le superfici, la portata è nulla e quindi non può instaurarsi la lubrificazione idrodinamica (problema degli organi di macchine dotati di moto con arresto).

Nel punto in cui si ha la massima pressione, la portata di pressione è nulla e si ha solo la portata di trascinamento. Nella zona in cui il gradiente p' è positiva alla portata di trascinamento si sottrae quella di pressione, mentre dove p' è negativo la portata di pressione si somma a quella di trascinamento.¹

¹ Sostituendo l'espressione della portata $Q = \frac{vh(x_0)}{2}$ in quella del gradiente di p :

$$p'(x) = \frac{12\mu}{h^3(x)} \left(\frac{vh(x)}{2} - Q \right) = \frac{6\mu v}{h^3(x)} (h(x) - h(x_0))$$

e integrandola sulla lunghezza l del meato, si ottiene:

$$p(l) - p(0) = \int_0^l p'(x) dx = \int_0^l \frac{6\mu v}{h^3(x)} (h(x) - h(x_0)) dx = 0$$

Ricordando l'espressione dell'altezza del meato:

$$h(x) = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{l} x$$

da cui differenziando:

$$dh = \frac{h_2 - h_1}{l} dx \Rightarrow dx = \frac{l}{h_2 - h_1} dh$$

$$6\mu v \int_{h_1}^{h_2} \frac{(h - h(x_0))}{h^3} \left(-\frac{l}{h_1 - h_2} \right) dh = 0$$

che semplificata nelle costanti:

$$\int_{h_1}^{h_2} \frac{h - h(x_0)}{h^3} dh = 0 \Rightarrow \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h^2} = h(x_0) \int_{h_1}^{h_2} \frac{dh}{h^3} \Rightarrow h(x_0) = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2}$$

espressione che sostituita in:

$$h(x_0) = \frac{2h_1 h_2}{h_1 + h_2} = h_1 - \frac{h_1 - h_2}{l} x_0$$

L'azione di sostentamento risulta quindi pari a:

$$(7.15) \quad N = \int_A p(x) dA = \int_0^l p(x) dx = \int_0^l dx \int_0^x p'(x) dx$$

ovvero la pressione genera una spinta N per unità di larghezza del cuscinetto capace di tenere separate le due superfici.

Inoltre, sulla superficie superiore in moto si genera una reazione d'attrito pari a:

$$(7.16) \quad T = \int_0^l \tau|_{z=z_2(x)} dx$$

Possiamo quindi calcolare il coefficiente di attrito mediato come:

$$(7.17) \quad f_m = \frac{T}{N} \cong 0,01$$

Detta b la larghezza del meato, l'azione tangenziale genera una potenza resistente:

$$(7.18) \quad W_r = b\vec{T} \times \vec{v} = -bTv = -f_m bNv$$

che si trasforma in calore portando il lubrificante alla temperatura θ .

$$(7.19) \quad W_r = f_m bNv = \alpha bl(\theta - \theta_e) \Rightarrow \theta = \theta_e + \frac{f_m Nv}{\alpha l}$$

ove α è il coefficiente di scambio termico, θ è la temperatura del fluido a regime e θ_e è la temperatura esterna.

Noto, quindi, il carico $P=bN$ che il cuscinetto deve sopportare e la sua geometria (b,l) si può quindi valutare la temperatura di funzionamento e quindi scegliere l'olio della gradazione più opportuna, tenendo conto che all'aumento della temperatura la viscosità (e quindi la capacità di sostentamento) decresce.

permette di calcolare l'ascissa x_0

Si noti che se entrambe le superfici sono in moto, l'integrale generale (7.7) deve essere risolto per le condizioni al contorno

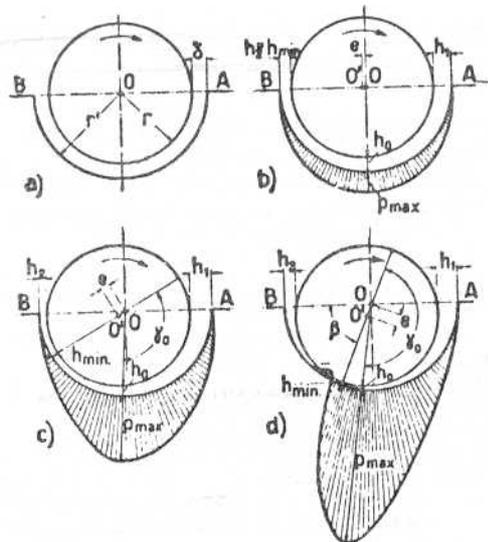
$$(7.20) \quad \begin{cases} u(0) = v_1 \\ u(h) = v_2 \end{cases}$$

dove v_1 e v_2 sono le velocità delle due superfici. Se esse sono eguali e opposte è facile verificare che la portata Q è pari a 0, ovvero non può instaurarsi la lubrificazione idrodinamica naturale.

Si noti, infine, che il carico effettivo applicabile nella realtà è inferiore a quello ricavato da questa trattazione elementare, infatti il fluido non ha sempre direzione parallela a x , ma si ha fuoriuscita laterale e, quand'anche questa non vi fosse, il moto non è unidirezionale ma piano.

Sperimentalmente si è ricavato un fattore correttivo $c=(b+l)/b$, detto coefficiente di fuoriuscita laterale e il carico effettivamente sopportabile è P'

$$(7.21) \quad P' = \frac{Nb}{c}$$



Per i perni lubrificati, la teoria elementare non è più sufficiente e si deve ricorrere alla integrazione numerica delle equazioni di Navier-Stokes o alla teoria semplificata di Reynolds, infatti il perno cambia posizione del centro al variare del carico a parità di velocità angolare o a pari carico al variare della velocità di rotazione.

Nella lubrificazione idrodinamica, per basse velocità angolari dei perni è possibile ancora il contatto tra le super-

fici e per valori molto bassi della velocità periferica v , nella zona detta di attrito combinato, il coefficiente di attrito mediato f_m anziché variare con legge parabolica come vorrebbe la teoria ritorna crescere fino ad assumere il valore dato da OB che rappre-

senta l'attrito untuoso. Questo è uno dei motivi per cui gli olii lubrificanti sono additivati con prodotti che creino un resistente epilamine.

